

माध्यमिक शिक्षा परिषद्, उ० प्र० द्वारा निर्धारित नवीन पाठ्यक्रमानुसार।



गणित कक्षा | **10**

NCERT **ZONE**

NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत
दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

प्रश्नावली 14.1

प्रश्न 1. विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण संचेतना अभियान के अन्तर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक मौहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से सम्बन्धित निम्नलिखित आँकड़े एकत्रित किए। प्रति घर माध्य पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

पौधों की संख्या	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों?

हल : यहाँ हम पहले वर्गों (0 – 2), (2 – 4), (4 – 6), इत्यादि का मध्य-बिन्दु या मध्यमान x_i सूत्र
मध्य-बिन्दु = $\frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$ से ज्ञात करते हैं।

तब, सूत्र माध्य (\bar{x}) = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ का प्रयोग करके अभीष्ट औसत ज्ञात करते हैं।

प्रत्यक्ष विधि द्वारा माध्य के लिए गणना सारणी

पौधों की संख्या (वर्ग)	घरों की संख्या (बारम्बारता) f_i	मध्य-बिन्दु x_i	$f_i \times x_i$
0 – 2	1	1	$1 \times 1 = 1$
2 – 4	2	3	$2 \times 3 = 6$
4 – 6	1	5	$1 \times 5 = 5$
6 – 8	5	7	$5 \times 7 = 35$
8 – 10	6	9	$6 \times 9 = 54$
10 – 12	2	11	$2 \times 11 = 22$
12 – 14	3	13	$3 \times 13 = 39$
	$\sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 162$

तब, माध्य (\bar{x}) = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{162}{20} = 8.1$

अतः प्रति घर में पौधों की औसत संख्या = 8.1 पौधे। यहाँ x_i व f_i के मान अत्यधिक कम होने के कारण प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग किया गया है।

उत्तर

2 गणित ■ कक्षा 10

प्रश्न 2. किसी फैक्टरी के 50 श्रमिकों की दैनिक मजदूरी के निम्नलिखित बण्टन पर विचार कीजिए :

दैनिक मजदूरी (रुपयों में)	100 – 120	120 – 140	140 – 160	160 – 180	180 – 200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फैक्टरी के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी ज्ञात कीजिए।
हल : प्रत्यक्ष विधि द्वारा माध्य मजदूरी के लिए गणना सारणी

दैनिक मजदूरी (रुपयों में) वर्ग	श्रमिकों की संख्या बारम्बारता f_i	मध्य-बिन्दु x_i	$f_i \times x_i$
100 – 120	12	110	$12 \times 110 = 1320$
120 – 140	14	130	$14 \times 130 = 1820$
140 – 160	8	150	$8 \times 150 = 1200$
160 – 180	6	170	$6 \times 170 = 1020$
180 – 200	10	190	$10 \times 190 = 1900$
	$\Sigma f_i = 50$		$\Sigma f_i x_i = 7260$

तब, माध्य (\bar{x}) = $\frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{7260}{50} = ₹ 145.20$

अतः श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी = ₹ 145.20

उत्तर

प्रश्न 3. निम्नलिखित बण्टन एक मौहल्ले के बच्चों के दैनिक जेब खर्च दर्शाता है। माध्य जेब खर्च ₹ 18 है। लुप्त बारम्बारता f ज्ञात कीजिए :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल : पहले दिए गए बण्टन से औसत जेब खर्च निकाला जाएगा, तब गणना किए गए जेब खर्च और प्रश्न में दिए गए जेब खर्च में समानता स्थापित कर f का मान ज्ञात किया जा सकता है।

प्रत्यक्ष विधि द्वारा माध्य (दैनिक) जेब खर्च के लिए गणना सारणी

दैनिक जेब खर्च (रुपयों में) वर्ग	बच्चों की संख्या बारम्बारता f_i	मध्य-बिन्दु x_i	$f_i \times x_i$
11 – 13	7	12	$7 \times 12 = 84$
13 – 15	6	14	$6 \times 14 = 84$
15 – 17	9	16	$9 \times 16 = 144$
17 – 19	13	18	$13 \times 18 = 234$
19 – 21	f	20	$f \times 20 = 20f$
21 – 23	5	22	$5 \times 22 = 110$
23 – 25	4	24	$4 \times 24 = 96$
	$\Sigma f_i = 44 + f$		$\Sigma f_i x_i = 752 + 20f$

तब, औसत जेब खर्च $(\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{752 + 20f}{44 + f}$

परन्तु प्रश्नानुसार माध्य जेब खर्च ₹ 18 है।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{752 + 20f}{44 + f} = 18 &\Rightarrow 18(44 + f) = 752 + 20f \\ &\Rightarrow 792 + 18f = 752 + 20f \\ &\Rightarrow 2f = (792 - 752) \\ &\Rightarrow 2f = 40 \\ &\Rightarrow f = 20 \end{aligned}$$

अतः लुप्त बारम्बारता $f = 20$

उत्तर

प्रश्न 4. किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पन्दन (beat) की प्रति मिनट संख्या नोट करके नीचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई। एक उपयुक्त विधि चुनते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पन्दन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए :

हृदय स्पन्दन की प्रति मिनट संख्या	65 – 68	68 – 71	71 – 74	74 – 77	77 – 80	80 – 83	83 – 86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

हल : यहाँ दिए गए वर्गों (65 – 68), (68 – 71), के मध्य-बिन्दु क्रमशः 66.5, 69.5, इत्यादि हैं; अतः विचलन विधि का प्रयोग उपयुक्त है।

कल्पित माध्य विधि द्वारा प्रति मिनट हृदय स्पन्दन के माध्य हेतु गणना सारणी

माना स्पन्दन का कल्पित माध्य $A = 75.5$ है।

प्रति मिनट हृदय स्पन्दन वर्ग	महिलाओं की संख्या f_i	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - A = x - 75.5$	$f_i d_i$
65 – 68	2	66.5	$66.5 - 75.5 = -9$	- 18 - 24 - 9] = - 51
68 – 71	4	69.5	$69.5 - 75.5 = -6$	
71 – 74	3	72.5	$72.5 - 75.5 = -3$	
74 – 77	8	$A = 75.5$	$75.5 - 75.5 = 0$	00
77 – 80	7	78.5	$78.5 - 75.5 = +3$	+ 21 + 24 + 18] = + 63
80 – 83	4	81.5	$81.5 - 75.5 = +6$	
83 – 86	2	84.5	$84.5 - 75.5 = +9$	
	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i d_i = +12$

तब, प्रति मिनट माध्य स्पन्दन $(\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$ [जहाँ $A = \frac{74 + 77}{2} = 75.5$]

$$\begin{aligned} &= 75.5 + \frac{12}{30} \\ &= 75.5 + 0.4 \\ &= 75.9 \end{aligned}$$

अतः महिलाओं के प्रति मिनट माध्य हृदय स्पन्दन की संख्या = 75.9

उत्तर

4 गणित ■ कक्षा 10

प्रश्न 5. किसी फुटकर बाजार में, फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहे थे। इन पेटियों में आमों की संख्याएँ भिन्न-भिन्न थीं। पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों का बण्टन निम्नलिखित था :

आमों की संख्या	50 – 52	53 – 55	56 – 58	59 – 61	62 – 64
पेटियों की संख्या	15	110	135	115	25

एक पेटि में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए। आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया है?

हल : पग-विचलन विधि द्वारा माध्य के लिए गणना सारणी

चूँकि दिए गए आँकड़े सतत नहीं हैं। अतः हम प्रत्येक वर्ग की ऊपरी सीमा में 0.5 जोड़ते हैं तथा निम्न सीमा में से 0.5 घटाते हैं। माना प्रत्येक पेटि में आमों का कल्पित माध्य $A = 57$ और $h = 3$ है।

आमों की संख्या वर्ग	पेटियों की संख्या (बारम्बारता) f_i	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - A = x_i - 57$	$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{d_i}{3}$	$f_i u_i$
49.5 – 52.5	15	51	- 6	- 2	- 30
52.5 – 55.5	110	54	- 3	- 1	- 110
55.5 – 58.5	135	$A = 57$	0	0	0
58.5 – 61.5	115	60	+ 3	+ 1	+ 115
61.5 – 64.5	25	63	+ 6	+ 2	+ 50
	$\Sigma f_i = 400$				$\Sigma f_i u_i = 25$

तब, माध्य $= A + h \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$ [जहाँ $A = 57$ तथा $h = 3$]

$$= 57 + 3 \times \frac{25}{400} = 57 + 0.1875 = 57.1875$$

अतः आमों की माध्य संख्या = 57.1875 या 57.19

हमने माध्य ज्ञात करने के लिए पग-विचलन विधि का प्रयोग किया है।

उत्तर

प्रश्न 6. निम्नलिखित सारणी किसी मौहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है :

दैनिक व्यय (रुपयों में)	100 – 150	150 – 200	200 – 250	250 – 300	300 – 350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

एक उपयुक्त विधि द्वारा भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए।

हल : पग-विचलन विधि द्वारा दैनिक भोजन व्यय की गणना हेतु सारणी

माना कल्पित माध्य $A = ₹ 225$ है और $h = 50$ है।

दैनिक व्यय (₹ में) वर्ग	परिवारों की संख्या बारम्बारता f_i	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - A = x_i - 225$	$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{d_i}{50}$	$f_i u_i$
100 – 150	4	125	- 100	- 2	- 8
150 – 200	5	175	- 50	- 1	- 5
200 – 250	12	$A = 225$	0	0	0
250 – 300	2	275	+ 50	+ 1	+ 2
300 – 350	2	325	+ 100	+ 2	+ 4
	$\Sigma f_i = 25$				$\Sigma f_i u_i = - 7$

तब, माध्य $(\bar{x}) = A + h \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = 225 + 50 \times \frac{-7}{25} = 225 + (-14) = 211$

अतः प्रति परिवार भोजन पर होने वाले दैनिक व्यय का माध्य = ₹ 211

उत्तर

प्रश्न 7. वायु में सल्फर डाइ-ऑक्साइड (SO₂) की सान्द्रता (भाग प्रति मिलियन में) को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के 30 मौहल्लों से आँकड़े एकत्रित किए गए, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है :

SO ₂ की सान्द्रता	बारम्बारता
0.00 – 0.04	4
0.04 – 0.08	9
0.08 – 0.12	9
0.12 – 0.16	2
0.16 – 0.20	4
0.20 – 0.24	2

वायु में SO₂ की सान्द्रता का माध्य ज्ञात कीजिए।

हल : प्रत्यक्ष विधि द्वारा वायु में सल्फर डाइऑक्साइड (SO₂) की सान्द्रता का माध्य ज्ञात करने के लिए गणना सारणी

SO ₂ की सान्द्रता वर्ग (भाग प्रति मिलियन में)	बारम्बारता f_i	मध्य-बिन्दु x_i	$f_i x_i$
0.00 – 0.04	4	0.02	0.08
0.04 – 0.08	9	0.06	0.54
0.08 – 0.12	9	0.10	0.90
0.12 – 0.16	2	0.14	0.28
0.16 – 0.20	4	0.18	0.72
0.20 – 0.24	2	0.22	0.44
	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 2.96$

तब, माध्य $(\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2.96}{30} = 0.0986$ या 0.099 (लगभग)

अतः वायु में SO₂ की सान्द्रता का माध्य = 0.099 भाग प्रति मिलियन।

उत्तरे

प्रश्न 8. किसी कक्षा अध्यापिका ने पूरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विद्यार्थियों की अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकार्ड (Record) की। एक विद्यार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए :

दिनों की संख्या	0 – 6	6 – 10	10 – 14	14 – 20	20 – 28	28 – 38	38 – 40
विद्यार्थियों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

हल : प्रत्यक्ष विधि द्वारा विद्यार्थियों की माध्य अनुपस्थिति के लिए गणना सारणी

दिनों की संख्या वर्ग	विद्यार्थियों की संख्या f_i	मध्य-बिन्दु x_i	$f_i x_i$
0 – 6	11	3	33
6 – 10	10	8	80
10 – 14	7	12	84

6 गणित ■ कक्षा 10

14 – 20	4	17	68
20 – 28	4	24	96
28 – 38	3	33	99
38 – 40	1	39	39
	$\Sigma f_i = 40$		$\Sigma f_i x_i = 499$

तब, माध्य (\bar{x}) = $\frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{499}{40} = 12.475$ दिन प्रति छात्र

अतः विद्यार्थियों की अनुपस्थिति का माध्य = 12.475 दिन प्रति छात्र। उत्तर

प्रश्न 9. निम्नलिखित सारणी 35 नगरों की साक्षरता दर (प्रतिशत में) दर्शाती है। माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए :

साक्षरता दर (% में)	45 – 55	55 – 65	65 – 75	75 – 85	85 – 95
नगरों की संख्या	3	10	11	8	3

हल : कल्पित माध्य विधि द्वारा माध्य साक्षरता दर के लिए गणना सारणी

माना औसत साक्षरता दर का कल्पित माध्य $A = 70\%$ है।

साक्षरता दर (% में) वर्ग	नगरों की संख्या (बारम्बारता) f_i	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - A = x_i - 70$	$f_i d_i$
45 – 55	3	50	-20	-60
55 – 65	10	60	-10	-100
65 – 75	11	$A = 70$	00	00
75 – 85	8	80	+10	+80
85 – 95	3	90	+20	+60
	$\Sigma f_i = 35$			$\Sigma f_i d_i = -20$

तब, माध्य (\bar{x}) = $A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$ [जहाँ $A = \frac{65 + 75}{2} = 70$]

= $70 + \frac{-20}{35} = 70 - 0.57 = 69.43$

अतः साक्षरता दर के प्रतिशत का माध्य = 69.43 उत्तर

प्रश्नावली 14.2

प्रश्न 1. निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है :

आयु (वर्षों में)	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपर्युक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों की तुलना कीजिए और उनकी व्याख्या कीजिए।

हल : केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों के लिए गणना सारणी

माना कल्पित माध्य $A = 40$ है।

आयु (वर्षों में) वर्ग	रोगियों की संख्या बारम्बारता f_i	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - 40$	$f_i d_i$
5 - 15	6	10	- 30	- 180
15 - 25	11	20	- 20	- 220
25 - 35	21	30	- 10	- 210
35 - 45	23	$A = 40$	0	000
45 - 55	14	50	+ 10	+ 140
55 - 65	5	60	+ 20	+ 100
	$\Sigma f_i = 80$			$\Sigma f_i d_i = - 370$

$$\text{माध्य}(\bar{x}) = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \quad (\text{कल्पित माध्य विधि द्वारा})$$

$$= 40 + \frac{(- 370)}{80} = 40 + (- 4.625) = 35.375$$

बहुलक के लिए : \therefore अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = (35 - 45)

\therefore बहुलक-वर्ग (Modal Class) = (35 - 45)

तब, बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $l = 35$

बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 23

बहुलक वर्ग के पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 21

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 14

बहुलक वर्ग का आकार या विस्तार (h) = 45 - 35 = 10

तब, आँकड़ों के लिए बहुलक = $l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$$= 35 + \frac{(23 - 21)}{2 \times 23 - 21 - 14} \times 10 = 35 + \frac{2 \times 10}{11}$$

$$= 35 + \frac{20}{11} = 35 + 1.8 = 36.8$$

अतः आँकड़ों का माध्य = 35.375 वर्ष तथा बहुलक = 36.8 वर्ष।

उत्तर

इसका अर्थ है कि सम्बन्धित वर्ष में अधिकांश रोगी 36.8 वर्ष के हैं जबकि सभी रोगियों की औसत आयु 35.375 वर्ष है।

उत्तर

प्रश्न 2. निम्नलिखित आँकड़े 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवनकाल (घण्टों में) की सूचना देते हैं :

जीवनकाल (घण्टों में)	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120
बारम्बारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

हल : निरीक्षण से बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = (60 - 80)

\therefore बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 60

बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 61

8 गणित ■ कक्षा 10

बहुलक वर्ग के पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 52

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 38

बहुलक वर्ग का आकार या विस्तार (h) = 80 - 60 = 20

$$\begin{aligned} \text{तब, आँकड़ों के लिए बहुलक} &= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h \\ &= 60 + \frac{(61 - 52)}{2 \times 61 - 52 - 38} \times 20 \\ &= 60 + \frac{9 \times 20}{122 - 90} = 60 + \frac{9 \times 20}{32} \\ &= 60 + 5.625 = \mathbf{65.625} \end{aligned}$$

अतः उपकरणों का बहुलक जीवनकाल = 65.625 घण्टे।

उत्तर

प्रश्न 3. निम्नलिखित आँकड़े किसी गाँव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलू व्यय के बण्टन को दर्शाते हैं। इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिए। साथ ही, माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिए।

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या
1000 - 1500	24
1500 - 2000	40
2000 - 2500	33
2500 - 3000	28
3000 - 3500	30
3500 - 4000	22
4000 - 4500	16
4500 - 5000	7

हल : निरीक्षण से, बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = 1500 - 2000

∴ बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 1500

बहुलक वर्ग का विस्तार (h) = 2000 - 1500 = 500

बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 40

बहुलक वर्ग के पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 24

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 33

$$\begin{aligned} \text{तब, बहुलक मासिक व्यय} &= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h \\ &= 1500 + \frac{(40 - 24)}{2 \times 40 - 24 - 33} \times 500 \\ &= 1500 + \frac{16 \times 500}{80 - 57} \\ &= 1500 + \frac{16 \times 500}{23} \\ &= 1500 + 347.83 \\ &= \mathbf{₹ 1847.83} \end{aligned}$$

उत्तर

पग-विचलन विधि द्वारा माध्य व्यय के लिए गणना सारणी

माना व्यय का कल्पित माध्य $A = ₹ 2750$ है और वर्ग विस्तार $h = ₹ 500$ है।

व्यय (₹) वर्ग	परिवारों की संख्या बारम्बारता f_i	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - 2750$	पद विचलन $u_i = \frac{d_i}{500}$	$f_i u_i$
1000 – 1500	24	1250	- 1500	- 3	- 72
1500 – 2000	40	1750	- 1000	- 2	- 80
2000 – 2500	33	2250	- 500	- 1	- 33
2500 – 3000	28	$A = 2750$	000	0	00
3000 – 3500	30	3250	+ 500	+ 1	+ 30
3500 – 4000	22	3750	+ 1000	+ 2	+ 44
4000 – 4500	16	4250	+ 1500	+ 3	+ 48
4500 – 5000	7	4750	+ 2000	+ 4	+ 28
	$\Sigma f_i = 200$				$\Sigma f_i u_i = - 35$

\therefore माध्य मासिक व्यय (\bar{x}) = $A + h \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$ (जहाँ $h = 500$)

$$= 2750 + 500 \frac{(- 35)}{200} = 2750 + (2.5 \times - 35)$$

$$= 2750 + (- 87.5) = ₹ 2662.50$$

अतः व्यय का बहुलक = ₹ 1847.83 तथा व्यय का माध्य = ₹ 2662.50 उत्तर

प्रश्न 4. निम्नलिखित बण्टन भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में, राज्यों के अनुसार, शिक्षक-विद्यार्थी अनुपात को दर्शाता है। इन आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों मापकों की व्याख्या कीजिए।

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या
15 – 20	3
20 – 25	8
25 – 30	9
30 – 35	10
35 – 40	3
40 – 45	0
45 – 50	0
50 – 55	2

हल : दिए गए आँकड़ों के लिए बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = 30 – 35

\therefore बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 30

बहुलक वर्ग का विस्तार (h) = 35 – 30 = 5

बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 10

बहुलक वर्ग के पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 9

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 3

तब, आँकड़ों के लिए बहुलक = $l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$$= 30 + \frac{(10 - 9)}{2 \times 10 - 9 - 3} \times 5 = 30 + \frac{1 \times 5}{20 - 12} = 30 + \frac{5}{8} = 30 + 0.625$$

= 30.625 विद्यार्थी प्रति शिक्षक। उत्तर

10 गणित ■ कक्षा 10

कल्पित माध्य विधि द्वारा माध्य गणना हेतु सारणी

माना प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या का कल्पित माध्य $A = 27.5$ है।

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या (वर्ग)	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या बारम्बारता (f_i)	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - 27.5$	$f_i d_i$
15 – 20	3	17.5	- 10	- 30
20 – 25	8	22.5	- 5	- 40
25 – 30	9	$A = 27.5$	0	00
30 – 35	10	32.5	+ 5	+ 50
35 – 40	3	37.5	+ 10	+ 30
40 – 45	0	42.5	+ 15	00
45 – 50	0	47.5	+ 20	00
50 – 55	2	52.5	+ 25	50
	$\Sigma f_i = 35$			$\Sigma f_i d_i = 60$

$$\therefore \text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} = 27.5 + \frac{60}{35}$$

$$= 27.5 + 1.7 = 29.2$$

उत्तर

अतः भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में राज्यों के अनुसार प्रति शिक्षक विद्यार्थियों का माध्य 29.2 है जबकि अधिकांश राज्यों में प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या 30.625 है।

उत्तर

प्रश्न 5. दिया हुआ बण्टन विश्व के कुछ श्रेष्ठतम बल्लेबाजों द्वारा एक दिवसीय अन्तर्राष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाए गए रनों को दर्शाता है :

बनाए गए रन	बल्लेबाजों की संख्या
3000 – 4000	4
4000 – 5000	18
5000 – 6000	9
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10000 – 11000	1

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल : दिए गए आँकड़ों के लिए बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = 4000 – 5000

\therefore बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 4000

बहुलक वर्ग का विस्तार (h) = 5000 – 4000 = 1000

बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 18

बहुलक वर्ग के पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 4

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 9

तब, आँकड़ों के लिए बहुलक = $l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$$= 4000 + \frac{(18 - 4)}{(2 \times 18 - 4 - 9)} \times 1000$$

$$= 4000 + \frac{14 \times 1000}{36 - 13} = 4000 + \frac{14000}{23} = 4000 + 608.7$$

$$= 4608.7 \text{ रन} \approx 4608 \text{ रन (लगभग)}।$$

उत्तर

प्रश्न 6. एक विद्यार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई कारों की संख्याएँ नोट की और उन्हें नीचे दी हुई सारणी के रूप में व्यक्त किया। सारणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अन्तराल में उस स्थान से होकर जाने वाली कारों की संख्याओं से सम्बन्धित है। ऐसे 100 अन्तरालों पर प्रेक्षण लिए गए। इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

कारों की संख्या	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
बारम्बारता	7	14	13	12	20	11	15	8

हल : दिए गए आँकड़ों के लिए बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = 40 – 50
 ∴ बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 40
 बहुलक वर्ग का विस्तार (h) = 50 – 40 = 10
 बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 20
 बहुलक वर्ग के पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 12
 बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 11
 तब, आँकड़ों के लिए बहुलक = $l + \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)} \times h = 40 + \frac{(20 - 12)}{(2 \times 20 - 12 - 11)} \times 10$
 $= 40 + \frac{8}{40 - 23} \times 10 = 40 + \frac{80}{17} = 40 + 4.7 = 44.7$

अतः सड़क पर प्रति तीन मिनट के अन्तरालों में अधिकांश अन्तरालों में गुजरने वाली कारों की संख्या (बहुलक)
 = 44.7 उत्तर

प्रश्नावली 14.3

प्रश्न 1. निम्नलिखित बारम्बारता बण्टन किसी मौहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली की मासिक खपत दर्शाता है। इन आँकड़ों के माध्यक, माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिए। इनकी तुलना कीजिए।

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या
65 – 85	4
85 – 105	5
105 – 125	13
125 – 145	20
145 – 165	14
165 – 185	8
185 – 205	4

हल : दिए गए बारम्बारता बण्टन के लिए माध्य और माध्यक की गणना सारणी माना कल्पित माध्य $A = 115$ तथा वर्ग-विस्तार $h = 20$ है।

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या बारम्बारता (f_i)	संचयी बारम्बारता (cf)	मध्य-बिन्दु x_i	विचलन $d_i = x_i - A$	पद विचलन $u_i = \frac{d_i}{20}$	$f_i u_i$
65 – 85	4	4	75	- 40	- 2	- 8
85 – 105	5	9	95	- 20	- 1	- 5
105 – 125	13	22 (cf)	$A = 115$	00	0	0
125 – 145	20 f	42	135	+ 20	+ 1	+ 20
145 – 165	14	56	155	+ 40	+ 2	+ 28
165 – 185	8	64	175	+ 60	+ 3	+ 24
185 – 205	4	68	195	+ 80	+ 4	+ 16
	$\Sigma f_i = 68$					$\Sigma f_i u_i = 75$

12 गणित ■ कक्षा 10

यहाँ उपभोक्ताओं की संख्या $N = 68$

$$\text{तथा } \frac{N}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

∴ माध्यक वर्ग (125 – 145) है।

(∴ 34वाँ पद वर्ग (125 – 145) के अन्तर्गत है)

तब, माध्यक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 125

माध्यक वर्ग का वर्ग विस्तार (h) = 145 – 125 = 20

माध्यक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = 22

माध्यक वर्ग की बारम्बारता $f = 20$

$$\therefore \text{माध्यक (Median)} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h$$

$$= 125 + \frac{\left(\frac{68}{2} - 22\right)}{20} \times 20 = 125 + \frac{12 \times 20}{20} = 125 + 12$$

$$= 137$$

$$\text{माध्यक } (\bar{x}) = A + h \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

$$= 115 + 20 \times \frac{75}{68} = 115 + \frac{375}{17} = 115 + 22.06$$

$$= 137.06$$

उत्तर

(पग-विचलन विधि द्वारा)

उत्तर

बहुलक के लिए बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = 125 – 145

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 125

बहुलक वर्ग का विस्तार $h = 145 - 125 = 20$

बहुलक वर्ग की बारम्बारता $f_1 = 20$

बहुलक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 13

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 14

$$\therefore \text{बहुलक} = l + \frac{(f_1 - f_0)}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 125 + \frac{(20 - 13)}{(2 \times 20 - 13 - 14)} \times 20$$

$$= 125 + \frac{7}{40 - 27} \times 20 = 125 + \frac{140}{13} = 125 + 10.77$$

$$= 135.77 \text{ (लगभग)}।$$

उत्तर

तुलनात्मक रूप से तीनों मापें लगभग समान हैं।

उत्तर

प्रश्न 2. यदि नीचे दिए गए बण्टन का माध्यक 28.5 हो तो x और y के मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0 – 10	5
10 – 20	x
20 – 30	20
30 – 40	15
40 – 50	y
50 – 60	5
योग	60

हल :

संचयी बारम्बारता सारणी

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता f_i	संचयी बारम्बारता (cf)
0 – 10	5	5
10 – 20	x	$x + 5 = (5 + x)$
20 – 30	20	$20 + x + 5 = (25 + x)$
30 – 40	15	$15 + x + 25 = (40 + x)$
40 – 50	y	$y + x + 40 = (40 + x + y)$
50 – 60	5	$5 + 40 + x + y = (45 + x + y)$
	योग $N = 60$	

परन्तु बारम्बारताओं का योग $N = 60$ है। अन्तिम वर्ग की संचयी बारम्बारता सभी बारम्बारताओं के योगफल के बराबर होती है।

$$\begin{aligned} \therefore & 45 + x + y = 60 \\ \Rightarrow & x + y = 15 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

दिया है, माध्यक 28.5 है। \therefore माध्यिका वर्ग = (20 – 30)

तब, निम्न सीमा $l = 20$, वर्ग का विस्तार $h = 30 - 20 = 10$

माध्यक वर्ग की बारम्बारता $f = 20$

माध्यक वर्ग के पूर्व वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = $x + 5$

$$\begin{aligned} \therefore & \text{माध्यक} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h \\ \Rightarrow & 28.5 = 20 + \frac{\left[\frac{60}{2} - (x + 5)\right]}{20} \times h \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 28.5 - 20 = \frac{[30 - (x + 5)]}{20} \times 10$$

$$\Rightarrow 8.5 = \frac{30 - x - 5}{2}$$

$$\Rightarrow 17 = 25 - x$$

$$\Rightarrow x = 25 - 17$$

$$\therefore x = 8 \quad \dots(2)$$

परन्तु हमें ज्ञात है कि $x + y = 15$

तब, समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर, $y = 7$

अतः $x = 8$ तथा $y = 7$

उत्तर

14 गणित ■ कक्षा 10

प्रश्न 3. एक जीवन बीमा एजेंट 100 पॉलिसी धारकों की आयु के बण्टन के निम्नलिखित आँकड़े ज्ञात करता है। माध्यक आयु परिकलित कीजिए, यदि पॉलिसी केवल उन्हीं व्यक्तियों को दी जाती है, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो, परन्तु 60 वर्ष से कम हो।

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
25 से कम	6
30 से कम	24
35 से कम	45
40 से कम	78
45 से कम	89
50 से कम	92
55 से कम	98
60 से कम	100

हल :

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या	आयु-वर्ग	पॉलिसी धारकों की संख्या	आयु वर्ग	पॉलिसी धारकों की बारम्बारता f_i
20 से कम	2	0 – 20	2	(0 – 20)	2
25 से कम	6	0 – 25	6	(20 – 25)	6 – 2 = 4
30 से कम	24	0 – 30	24	(25 – 30)	24 – 6 = 18
35 से कम	45	0 – 35	45	(30 – 35)	45 – 24 = 21
40 से कम	78	0 – 40	78	(35 – 40)	78 – 45 = 33
45 से कम	89	0 – 45	89	(40 – 45)	89 – 78 = 11
50 से कम	92	0 – 50	92	(45 – 50)	92 – 89 = 3
55 से कम	98	0 – 55	98	(50 – 55)	98 – 92 = 6
60 से कम	100	0 – 60	100	(55 – 60)	100 – 98 = 2

माध्यक की गणना हेतु सारणी

आयु वर्ग (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या (f_i)	संचयी बारम्बारता (cf)
0 – 20	2	2
20 – 25	4	6
25 – 30	18	24
30 – 35	21	45 cf
35 – 40	$f = 33$	78
40 – 45	11	89
45 – 50	3	92

50 – 55	6	98
55 – 60	2	100
N = 100		

तब, माध्यक वर्ग (Median Class) = $\frac{N}{2}$ वाँ पद = $\frac{100}{2}$ वाँ पद = 50 वाँ पद = वर्ग (35 – 40) वर्ष

[∵ 50वाँ पद वर्ग (35 – 40) के अन्तर्गत आता है।]

∴ माध्यक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 35

∴ वर्ग विस्तार h = 40 – 35 = 5 वर्ष

माध्यक वर्ग की बारम्बारता f = 33 वर्ष

माध्यक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = 45 वर्ष

$$\begin{aligned} \therefore \text{माध्यक} &= l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h = 35 + \frac{\left(\frac{100}{2} - 45\right)}{33} \times 5 = 35 + \frac{(50 - 45) \times 5}{33} = 35 + \frac{25}{33} \\ &= 35 + 0.76 = 35.76 \text{ वर्ष (लगभग)} \end{aligned}$$

अतः माध्यक = 35.76 वर्ष (लगभग)।

उत्तर

प्रश्न 4. एक पौधे की 40 पत्तियों की लम्बाइयाँ निकटतम मिलीमीटरों में मापी जाती है तथा प्राप्त आँकड़ों को निम्नलिखित सारणी के रूप में निरूपित किया जाता है :

लम्बाई (मिमी में)	पत्तियों की संख्या
118 – 126	3
127 – 135	5
136 – 144	9
145 – 153	12
154 – 162	5
163 – 171	4
172 – 180	2

पत्तियों की माध्यक लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : ∵ दिए गए वर्ग असतत (Discrete) हैं इनको सतत वर्गों में बदलना होगा, जिसके लिए प्रत्येक वर्ग की ऊपरी सीमा में 0.5 जोड़ना होगा तथा निम्न सीमा में से 0.5 घटाना होगा।

तब,

परिकलित सारणी

लम्बाई (मिमी में)	पत्तियों की संख्या (बारम्बारता) f_i	वर्ग	बारम्बारता f_i	संचयी बारम्बारता
				(cf)
118 – 126	3	117.5 – 126.5	3	3
127 – 135	5	126.5 – 135.5	5	8
136 – 144	9	135.5 – 144.5	9	17 cf
145 – 153	12	144.5 – 153.5	f = 12	29
154 – 162	5	153.5 – 162.5	5	34
163 – 171	4	162.5 – 171.5	4	38
172 – 180	2	171.5 – 180.5	2	40
			योग N = 40	

16 गणित ■ कक्षा 10

$$\begin{aligned} \text{पत्तियों की लम्बाई का माध्यक वर्ग} &= \text{वह वर्ग जिसमें } \frac{N}{2} \text{ वाँ पद स्थित हो} \\ &= \text{वह वर्ग जिसमें } \frac{40}{2} \text{ वाँ पद अर्थात 20 वाँ पद स्थित हो} \\ &= (144.5 - 153.5) \end{aligned}$$

∴ माध्यक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 144.5 मिमी
 ∴ माध्यक वर्ग का वर्ग अन्तराल (h) = 153.5 - 144.5 = 9 मिमी
 माध्यक वर्ग की बारम्बारता $f = 12$

माध्यक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = 17

$$\begin{aligned} \text{तब, माध्यक} &= l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h = 144.5 + \frac{\left(\frac{40}{2} - 17\right)}{12} \times 9 \\ &= 144.5 + \frac{3 \times 9}{12} = 144.5 + 2.25 = 146.75 \text{ मिमी} \end{aligned}$$

अतः पत्तियों की माध्यक लम्बाई = 146.75 मिमी।

उत्तर

प्रश्न 5. निम्नलिखित सारणी 400 निऑन लैम्पों के जीवनकालों (Life time) को प्रदर्शित करती है :

जीवनकाल (घण्टों में)	लैम्पों की संख्या
1500 – 2000	14
2000 – 2500	56
2500 – 3000	60
3000 – 3500	86
3500 – 4000	74
4000 – 4500	62
4500 – 5000	48

एक लैम्प का माध्यक जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

हल : माध्यक हेतु संचयी बारम्बारता सारणी

जीवनकाल (घण्टों में) वर्ग	लैम्पों की संख्या बारम्बारता (f_i)	संचयी बारम्बारता (cf)
1500 – 2000	14	14
2000 – 2500	56	70
2500 – 3000	60	130 cf
3000 – 3500	$f = 86$	216
3500 – 4000	74	290
4000 – 4500	62	352
4500 – 5000	48	400
	योग (N) = 400	

$$\begin{aligned} \text{माध्यक वर्ग} &= \text{वह वर्ग जिसमें } \frac{N}{2} \text{ वाँ पद स्थित हो} \\ &= \text{वह वर्ग जिसमें } \frac{400}{2} \text{ वाँ पद} = 200 \text{ वाँ पद स्थित हो} \\ &= (3000 - 3500) \text{ घण्टे} \end{aligned}$$

तब, माध्यक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 3000 घण्टे

∴ माध्यक वर्ग का वर्ग अन्तराल (h) = 3500 – 3000 = 500 घण्टे

माध्यक वर्ग की बारम्बारता (f) = 86

माध्यक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = 130

$$\begin{aligned} \text{तब, माध्यक} &= l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h = 3000 + \frac{\left(\frac{400}{2} - 130\right)}{86} \times 500 \\ &= 3000 + \frac{(200 - 130) \times 500}{86} = 3000 + \frac{70 \times 500}{86} \\ &= 3000 + 406.98 = 3406.98 \text{ घण्टे} \end{aligned}$$

अतः लैम्पों का माध्यक जीवनकाल = 3406.98 घण्टे।

उत्तर

प्रश्न 6. एक स्थानीय टेलीफोन निर्देशिका से 100 कुलनाम (Surnames) लिए गए और उनमें प्रयुक्त अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्नलिखित बारम्बारता बण्टन प्राप्त हुआ :

अक्षरों की संख्या	1 – 4	4 – 7	7 – 10	10 – 13	13 – 16	16 – 19
कुलनामों की संख्या	6	30	40	16	4	4

कुलनामों में माध्यक अक्षरों की संख्या ज्ञात कीजिए। कुलनामों में माध्य अक्षरों की संख्या ज्ञात कीजिए। साथ ही, कुलनामों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल :

माध्यक एवं माध्य के लिए गणना सारणी

अक्षरों की संख्या वर्ग	कुलनामों की संख्या (बारम्बारता) f_i	संचयी बारम्बारता (cf)	मध्य-बिन्दु x_i	$f_i x_i$
1 – 4	6	6	$\frac{5}{2}$	15
4 – 7	30	36	$\frac{11}{2}$	165
7 – 10	40	76	$\frac{17}{2}$	340
10 – 13	16	92	$\frac{23}{2}$	184
13 – 16	4	96	$\frac{29}{2}$	58
16 – 19	4	100	$\frac{35}{2}$	70
योग (N) या $\sum f_i = 100$				$\sum f_i x_i = 832$

तब, माध्यक वर्ग = वह वर्ग जिसमें $\frac{N}{2}$ वाँ पद या $\frac{100}{2}$ वाँ पद अर्थात 50 वाँ पद स्थित हो।

$$= (7 - 10) \text{ घण्टे}$$

तब, माध्यक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 7

और माध्यक वर्ग का वर्ग अन्तराल (h) = 10 – 7 = 3

माध्यक वर्ग की बारम्बारता (f) = 40

माध्यक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = 36

18 गणित ■ कक्षा 10

$$\begin{aligned} \text{तब, माध्यक} &= l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h = 7 + \frac{\left(\frac{100}{2} - 36\right)}{40} \times 3 \\ &= 7 + \frac{(50 - 36) \times 3}{40} = 7 + \frac{14 \times 3}{40} = 7 + 1.05 = 8.05 \end{aligned}$$

$$\text{तथा माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{832}{100} = 8.32$$

बहुलक के लिए : बहुलक वर्ग = अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग = 7-10,

तब निम्न सीमा $l = 7$ तथा $h = 10 - 7 = 3$

बहुलक वर्ग की बारम्बारता (f_1) = 40

बहुलक वर्ग के ठीक पूर्व वर्ग की बारम्बारता (f_0) = 30

बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता (f_2) = 16

$$\begin{aligned} \text{तब, बहुलक} &= l + \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)} \times h = 7 + \frac{(40 - 30) \times 3}{(2 \times 40 - 30 - 16)} \\ &= 7 + \frac{10}{80 - 46} \times 3 = 7 + \frac{30}{34} = 7 + 0.88 = 7.88 \end{aligned}$$

अतः माध्यक = 8.05; माध्य = 8.32 तथा बहुलक = 7.88

उत्तर

प्रश्न 7. नीचे दिया हुआ बण्टन एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों के भार दर्शा रहा है। विद्यार्थियों का माध्यक भार ज्ञात कीजिए।

भार (किलोग्राम में)	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70	70 - 75
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	8	6	6	3	2

हल :

माध्यक के लिए संचयी बारम्बारता सारणी

भार (किग्रा में) वर्ग	विद्यार्थियों की संख्या (बारम्बारता) f_i	संचयी बारम्बारता (cf)
40 - 45	2	2
45 - 50	3	5
50 - 55	8	13
55 - 60	$f = 6$	19
60 - 65	6	25
65 - 70	3	28
70 - 75	2	30
योग (N) = 30		

माध्यक वर्ग = वह वर्ग जिसमें $\frac{N}{2}$ वाँ $\equiv \frac{30}{2}$ वाँ या 15 वाँ पद स्थित हो = (55 - 60)

∴ माध्यक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 55

वर्ग अन्तराल (h) = (60 - 55) = 5

माध्यक वर्ग की बारम्बारता (f) = 6

माध्यक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता (cf) = 13

$$\begin{aligned} \text{तब, माध्यक} &= l + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f} \times h = 55 + \frac{\left(\frac{30}{2} - 13\right)}{6} \times 5 = 55 + \frac{(15 - 13) \times 5}{6} = 55 + \frac{2 \times 5}{6} \\ &= 55 + \frac{5}{3} = 55 + 1.67 = 56.67 \text{ किग्रा (लगभग)} \end{aligned}$$

अतः विद्यार्थियों के भार का माध्यक = 56.67 किग्रा (लगभग)

उत्तर

प्रश्नावली 14.4

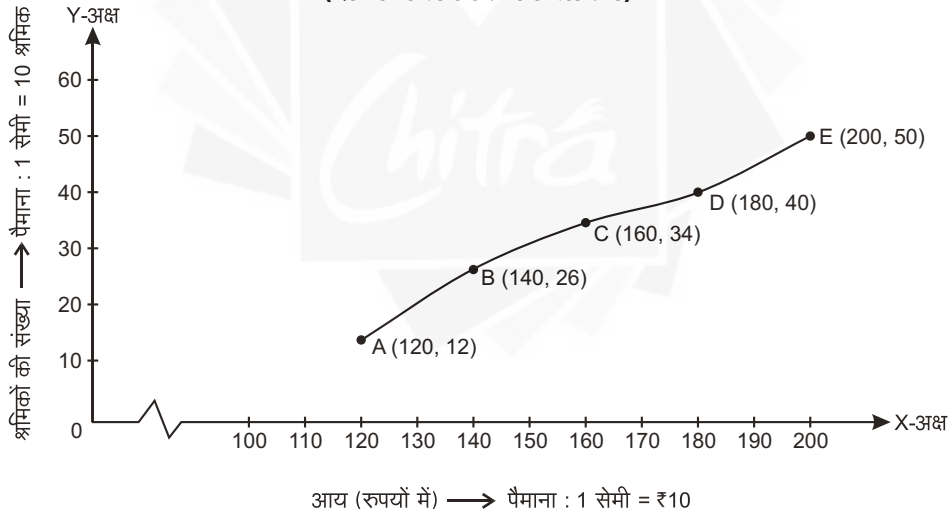
प्रश्न 1. निम्नलिखित बण्टन किसी फैक्टरी के 50 श्रमिकों की दैनिक आय दर्शाता है :

दैनिक आय (रुपयों में)	100 – 120	120 – 140	140 – 160	160 – 180	180 – 200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

उपर्युक्त बण्टन को एक 'कम प्रकार' के संचयी बारम्बारता बण्टन में बदलिए और उसका तोरण खींचिए।
 हल : दिए गए बारम्बारता बण्टन से "कम प्रकार" का संचयी बारम्बारता बण्टन प्राप्त करना

दैनिक आय (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या बारम्बारता	आय वर्ग (रुपये)	श्रमिकों की संख्या बारम्बारता	तोरण पर स्थित बिन्दु
100 – 120	12	120 से कम	12	A (120, 12)
120 – 140	14	140 से कम	12 + 14 = 26	B (140, 26)
140 – 160	8	160 से कम	12 + 14 + 8 = 34	C (160, 34)
160 – 180	6	180 से कम	12 + 14 + 8 + 6 = 40	D (180, 40)
180 – 200	10	200 से कम	12 + 14 + 8 + 6 + 10 = 50	E (200, 50)

**संचयी बारम्बारता वक्र
(से कम प्रकार का तोरण)**



प्रश्न 2. किसी कक्षा के 35 विद्यार्थियों की मेडिकल जाँच के समय, उनके भार निम्नलिखित रूप में रिकार्ड किए गए :

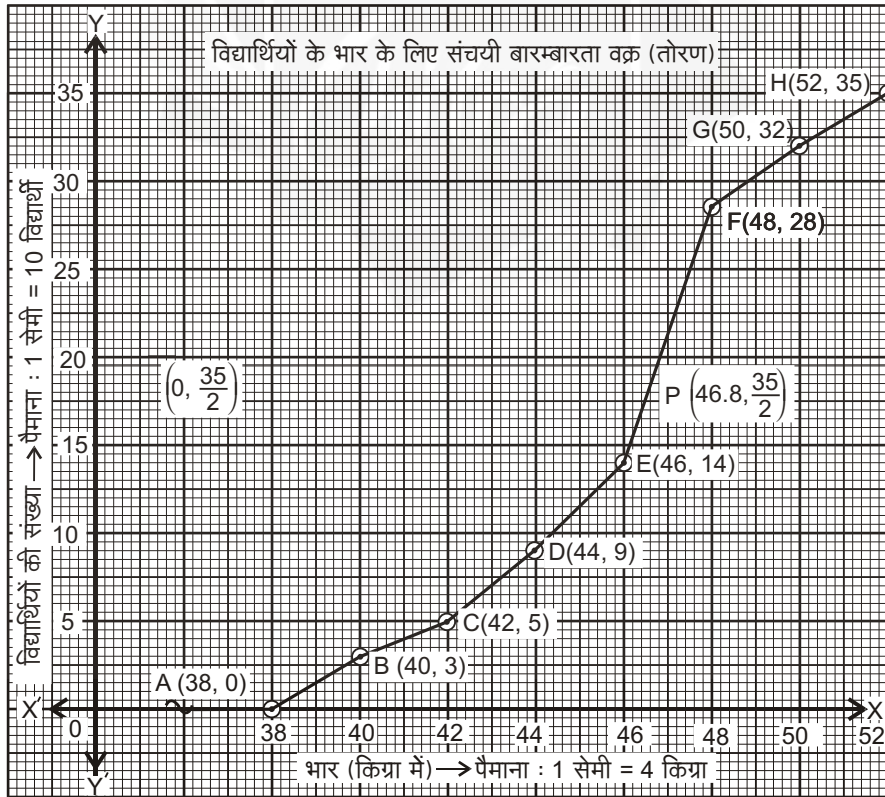
भार (किग्रा में)	विद्यार्थियों की संख्या
38 से कम	0
40 से कम	3
42 से कम	5
44 से कम	9

20 गणित ■ कक्षा 10

46 से कम	14
48 से कम	28
50 से कम	32
52 से कम	35

उपर्युक्त आँकड़ों के लिए 'कम प्रकार' का तोरण खींचिए। इसके बाद माध्यक भार ज्ञात कीजिए।
हल :

भार किरा में (वर्ग)	विद्यार्थियों की संख्या (संचयी बारम्बारता)	तोरण पर स्थित बिन्दु
38 से कम	0	A (38, 0)
40 से कम	3	B (40, 3)
42 से कम	5	C (42, 5)
44 से कम	9	D (44, 9)
46 से कम	14	E (46, 14)
48 से कम	28	F (48, 28)
50 से कम	32	G (50, 32)
52 से कम	35	H (52, 35)



माध्यक ज्ञात करना : (1) Y -अक्ष बिन्दु $\left(0, \frac{n}{2}\right) \equiv \left(0, \frac{35}{2}\right)$ लीजिए।

(2) बिन्दु $\left(0, \frac{35}{2}\right)$ से X -अक्ष के समान्तर रेखा खींचिए जो वक्र को P पर काटे।

(3) बिन्दु P का भुज ज्ञात कीजिए (पढ़िए)। यह 46.8 है।

(4) अतः अभीष्ट माध्यक = 46.8 किग्रा।

उत्तर

प्रश्न 3. निम्नलिखित सारणी किसी गाँव के 100 फार्मों में हुआ प्रति हेक्टेयर गेहूँ का उत्पादन दर्शाते हैं :

उत्पादन (किग्रा/हेक्टेयर)	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80
फार्मों की संख्या	2	8	12	24	38	16

इस बण्टन को 'से अधिक' प्रकार के बण्टन में बदलिये और फिर उसका तोरण खींचिए।

हल : दिए गए बण्टन को 'से अधिक' प्रकार के बण्टन में बदलना

उत्पादन वर्ग (किग्रा/हेक्टेयर)	फार्मों की संख्या बारम्बारता f_i	उत्पादन वर्ग (किग्रा/हेक्टेयर)	फार्मों की संख्या संचयी बारम्बारता
50 – 55	2	50 से 80 तक	100
55 – 60	8	55 से 80 तक	100 – 2 = 98
60 – 65	12	60 से 80 तक	98 – 8 = 90
65 – 70	24	65 से 80 तक	90 – 12 = 78
70 – 75	38	70 से 80 तक	78 – 24 = 54
75 – 80	16	75 से 80 तक	54 – 38 = 16
	योग = 100		

'से अधिक' प्रकार का बण्टन

उत्पादन वर्ग (किग्रा/हेक्टेयर)	फार्मों की संख्या (संचयी बारम्बारता)	तोरण वक्र पर स्थित बिन्दु और उनके निर्देशांक
50 या 50 से अधिक	100	$A (50, 100)$
55 या 55 से अधिक	98	$B (55, 98)$
60 या 60 से अधिक	90	$C (60, 90)$
65 या 65 से अधिक	78	$D (65, 78)$
70 या 70 से अधिक	54	$E (70, 54)$
75 या 75 से अधिक	16	$F (75, 16)$

22 गणित ■ कक्षा 10

