

माध्यमिक शिक्षा परिषद्, ३^० प्र० द्वारा निर्धारित नवीन पाठ्यक्रमानुसार।



An Easy Textbook
(एक सरल पाठ्यपुस्तक)

गणित कक्षा | 10

NCERT ZONE

अध्याय 15

प्रायिकता
(Probability)



अध्याय के अन्तर्गत
दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

प्रश्नावली 15.1

प्रश्न 1. निम्नलिखित कथनों को पूरा कीजिए :

- (i) घटना E की प्रायिकता + घटना ' E -नहीं' की प्रायिकता = है।
(ii) उस घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती है। ऐसी घटना कहलाती है।
(iii) उस घटना की प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है, है। ऐसी घटना कहलाती है।
(iv) किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग है।
(v) किसी घटना की प्रायिकता से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा से छोटी या उसके बराबर होती है।

उत्तर : (i) घटना E की प्रायिकता + घटना ' E -नहीं' की प्रायिकता = 1 है। (ii) उस घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती शून्य है। ऐसी घटना असम्भव घटना कहलाती है। (iii) उस घटना की प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है, 1 है। ऐसी घटना निश्चित घटना कहलाती है। (iv) किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग एक होता है। (v) किसी घटना की प्रायिकता शून्य से बड़ी या उसके बराबर होती है तथा एक से छोटी या उसके बराबर होती है।

प्रश्न 2. निम्नलिखित प्रयोगों में से किन-किन प्रयोगों के परिणाम समप्रायिक हैं ? स्पष्ट कीजिए।

- (i) एक ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है। कार चलाना प्रारम्भ हो जाती है या कार चलाना प्रारम्भ नहीं होती है।
(ii) एक खिलाड़ी बास्केटबॉल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है। वह बास्केट में बॉल डाल पाती है या नहीं डाल पाती है।

(iii) एक सत्य-असत्य प्रश्न का अनुमान लगाया जाता है। उत्तर सही है या गलत होगा।

(iv) एक बच्चे का जन्म होता है। वह एक लड़का है या एक लड़की है।

उत्तर : (i) एक ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है। अधिकांश सम्भावना कार चलना प्रारम्भ होने की है, कार चलना प्रारम्भ न होने की सम्भावना कम ही है। अतः यह प्रयोग समप्रायिक नहीं है।

- (ii) एक खिलाड़ी बास्केटबॉल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है। एक ही परिस्थिति में उसकी सफलता या असफलता की सम्भावना समान नहीं होती। अतः यह प्रयोग समप्रायिक नहीं है।
- (iii) एक सत्य-असत्य प्रश्न का अनुमान लगाया जाता है। अनुमान के सही होने की सम्भावना भी उतनी ही है जितनी की उसके गलत होने की है। अतः यह प्रयोग समप्रायिक है।
- (iv) एक बच्चे का जन्म होने पर उसके लड़की या लड़का होने की सम्भावनाएँ समान हैं। अतः प्रयोग समप्रायिक है।

प्रश्न 3. फुटबॉल के खेल को प्रारम्भ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन-सी टीम पहले बॉल लेगी, इसके लिए सिक्का उछालना एक न्यायसंगत विधि क्यों माना जाता है?

उत्तर : फुटबॉल के खेल को प्रारम्भ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन-सी टीम पहले बॉल लेगी, एक सिक्का उछालना एक न्यायसंगत विधि इसलिए माना जाता है क्योंकि सिक्का समस्त होता है और उसकी उछाल (Tossing) निष्पक्ष (Unbiased) होती है।

प्रश्न 4. निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?

(a) $\frac{2}{3}$

(b) - 1.5

(c) 15%

(d) 0.7.

उत्तर : ∵ प्रयोग में किसी घटना के घटित होने या घटित न होने की सम्भावना शून्य भले ही हो परन्तु ऋणात्मक नहीं हो सकती है।

अतः स्पष्ट है कि विकल्प (b) में दी गई ऋणात्मक संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती। उत्तर

प्रश्न 5. यदि $P(E) = 0.05$ है, तो ' E -नहीं' की प्रायिकता क्या है?

$$\text{हल} : \because 'E\text{-नहीं}' \text{ की प्रायिकता} = P(E') = 1 - P(E) \\ = 1 - 0.05 = 0.95 \quad [\because P(E) + P(E') = 1]$$

अतः घटना ' E -नहीं' की प्रायिकता $P(E') = 0.95$

उत्तर

प्रश्न 6. एक थैले में केवल नीबू की महक वाली मीठी गोलियाँ हैं। मालिनी बिना थैले में इन्हें उसमें से एक गोली निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकाली गई गोली

(i) सन्तरे की महक वाली है?

(ii) नीबू की महक वाली है?

हल : ∵ थैले में केवल नीबू की महक वाली गोलियाँ ही हैं। यदि थैले में से यादृच्छया एक गोली निकाली जाती है तो सभी गोलियाँ नीबू की महक वाली हैं।

- (i) निकाली गई गोली 'सन्तरे की महक वाली' होने की घटना एक असम्भव घटना है जिसकी सम्भावना शून्य है क्योंकि सभी गोलियाँ नीबू की महक वाली हैं।

अतः निकाली गई गोली सन्तरे की महक वाली हो, इसकी प्रायिकता शून्य होगी।

उत्तर

- (ii) सभी गोलियों में नीबू की महक है। इसलिए नीबू की महक वाली गोली निकलने की घटना एक निश्चित घटना है।

अतः इसकी प्रायिकता 1 होगी।

उत्तर

प्रश्न 7. यह दिया हुआ है कि 3 विद्यार्थियों के एक समूह में से 2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता 0.992 है। इसकी क्या प्रायिकता है कि इन 2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो?

हल : यदि 3 विद्यार्थियों में से 2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन होने और एक ही दिन न होने की घटनाएँ पूरक घटनाएँ हैं।

2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता $P(E') = 0.992$

$$\text{अतः दोनों विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन होने की प्रायिकता } P(E) = 1 - 0.992 \quad [\because P(E) + P(E') = 1] \\ = 0.008 \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 8. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद (i) लाल हो? (ii) लाल नहीं हो?

हल : थैले में गेंदों की कुल संख्या = 3 लाल + 5 काली = 8

थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकलने पर

कुल सम्भावित परिणाम = 8

- (i) गेंद लाल (R) होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 3

$$\therefore \text{गेंद लाल होने की प्रायिकता } P(R) = \frac{\text{घटना } (R) \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{8}$$

अतः गेंद लाल होने की प्रायिकता = $\frac{3}{8}$ उत्तर

- (ii) तब गेंद लाल न होने की प्रायिकता $P(R') = 1 - \text{गेंद लाल होने की प्रायिकता}$ [∵ $P(R) + P(R') = 1$]
 $= 1 - P(R) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

अतः गेंद लाल न हो, इसकी प्रायिकता = $\frac{5}{8}$ उत्तर

प्रश्न 9. एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाला गया कंचा (i) लाल है? (ii) सफेद है? (iii) हरा नहीं है?

हल : दिया है, लाल कंचों की संख्या = 5

सफेद कंचों की संख्या = 8

तथा हरे कंचों की संख्या = 4

$$\therefore \text{डिब्बे में कंचों की कुल संख्या} = (5 + 8 + 4) = 17$$

जब डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है तो कुल सम्भावित परिणाम = 17

3 गणित ■ कक्षा 10

- (i) निकाला गया कंचा लाल (R) होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 5
अतः निकाला गया कंचा लाल होने की प्रायिकता $P(R) = \frac{\text{घटना } (R) \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{5}{17}$ उत्तर

- (ii) निकाला गया कंचा सफेद (W) हो, इसके अनुकूल परिणाम = 8
अतः निकाला गया कंचा सफेद होने की प्रायिकता $P(W) = \frac{\text{घटना } (W) \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{8}{17}$ उत्तर

- (iii) यदि कंचा हरा होने की घटना G हो तो घटना के अनुकूल परिणाम = 4
 \therefore कंचा हरा न होने की घटना G' के अनुकूल परिणाम = $17 - 4 = 13$
अतः निकाला गया कंचा हरा न होने की प्रायिकता $P(G') = \frac{\text{घटना } G' \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{13}{17}$ उत्तर

प्रश्न 10. एक पिग्गी बैंक (Piggy Bank) में, 50 पैसे के सौ सिक्के, ₹ 1 के पचास सिक्के, ₹ 2 के बीस सिक्के और ₹ 5 के दस सिक्के हैं। यदि पिग्गी बैंक को हिलाकर उल्टा करने पर कोई एक सिक्का गिरने के परिणाम सम्प्रायिक हैं तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गिरा हुआ सिक्का (i) 50 पैसे का होगा? (ii) ₹ 5 का नहीं होगा?

हल : दिया है, एक पिग्गी बैंक में 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 100

$$\text{₹ 1 के सिक्कों की संख्या} = 50$$

$$\text{₹ 2 के सिक्कों की संख्या} = 20$$

$$\text{₹ 5 के सिक्कों की संख्या} = 10$$

पिग्गी बैंक को अच्छी तरह हिलाकर उल्टा करने पर 1 सिक्का गिरने की घटना के सभी परिणाम सम-सम्भावी हैं, तब

- (i) यदि गिरा हुआ सिक्का 50 पैसे का होने की घटना H हो तो घटना H के अनुकूल परिणाम = 100

तथा कुल सम्भव परिणाम = $100 + 50 + 20 + 10 = 180$

$$\text{अतः गिरा हुआ सिक्का 50 पैसे का हो, इसकी प्रायिकता } P(H) = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \quad \text{उत्तर}$$

- (ii) \therefore गिरा हुआ सिक्का ₹ 5 का होने के अनुकूल परिणाम 10 हैं।

$$\therefore \text{गिरा हुआ सिक्का ₹ 5 का होने की प्रायिकता} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18}$$

$$\text{अतः गिरा हुआ सिक्का ₹ 5 का न होने की प्रायिकता} = 1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 11. गोपी अपने जल -जीव कुंड (Aquarium) के लिए एक दुकान से मछली खरीदती है। दुकानदार एक टंकी, जिसमें 5 नर मछली और 8 मादा मछली हैं, में से एक मछली यादृच्छ्या उसे देने के लिए निकालती है इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली है?

हल : दुकानदार की टंकी में मछलियों की कुल संख्या = 5 नर + 8 मादा = 13 मछली

टंकी में से 1 मछली यादृच्छ्या निकालने पर, निकाली गई मछली नर होने के अनुकूल परिणाम = 5

और कुल सम्भव परिणाम = 13

$$\therefore \text{मछली नर होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{5}{13}$$

$$\text{अतः निकाली गई मछली नर होने की प्रायिकता} = \frac{5}{13} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 12. संयोग (chance) के एक खेल में, एक तीर को धुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है। (आकृति देखिए) यदि ये सभी परिणाम सम्प्रायिक हों तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह तीर इंगित

(i) 8 को करेगा?

(ii) एक विषम संख्या को करेगा?

(iii) 2 से बड़ी संख्या को करेगा?

(iv) 9 से छोटी संख्या को करेगा?



हल : संयोग के खेल में जब तीर को घुमाया जाता है तो तीर के विश्राम में आने पर इंगित कुल

$$\text{परिणाम} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = 8$$

- (i) तीर द्वारा संख्या 8 को इंगित करने के अनुकूल परिणाम = 1

$$\therefore \text{उक्त घटना की प्रायिकता } P = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{8}$$

$$\text{अतः संख्या 8 को इंगित करने की प्रायिकता} = \frac{1}{8}$$

उत्तर

- (ii) तीर द्वारा एक विषम संख्या अंकित करने के परिणाम = {1, 3, 5, 7} = 4

$$\therefore \text{विषम संख्या इंगित होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{अतः विषम संख्या इंगित करने की प्रायिकता} = \frac{1}{2}$$

उत्तर

- (iii) 2 से बड़ी संख्या इंगित करने की घटना के अनुकूल परिणाम = {3, 4, 5, 6, 7, 8} = 6

$$\therefore 2 \text{ से बड़ी संख्या इंगित करने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{अतः } 2 \text{ से बड़ी संख्या इंगित करने की प्रायिकता} = \frac{3}{4}$$

उत्तर

- (iv) 9 से छोटी संख्या इंगित करने की घटना के अनुकूल परिणाम = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} = 8

$$\therefore 9 \text{ से छोटी संख्या इंगित करने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\text{अतः } 9 \text{ से छोटी संख्या इंगित करने की प्रायिकता} = 1$$

उत्तर

प्रश्न 13. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए : (i) एक अभाज्य संख्या (ii) 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या (iii) एक विषम संख्या।

हल : एक पासे को यादृच्छया फेंके जाने पर प्राप्त होने वाले सभी सम्भव

$$\text{परिणामों की संख्या} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$$

$$\text{यहाँ अभाज्य संख्याएँ} = \{2, 3, 5\} = 3$$

$$2 \text{ और } 6 \text{ के बीच स्थित संख्याएँ} = \{3, 4, 5\} = 3$$

$$\text{तथा विषम संख्याएँ} = \{1, 3, 5\} = 3$$

$$\text{अतः प्रत्येक घटना के अनुकूल परिणाम} = 3$$

$$\therefore \text{प्रत्येक घटना की प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{अतः पासे पर (i) अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता} = \frac{1}{2}$$

$$\text{(ii) } 2 \text{ और } 6 \text{ के बीच की कोई संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{1}{2}$$

$$\text{(iii) एक विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{1}{2}$$

उत्तर

प्रश्न 14. 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्ढी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) लाल रंग का बादशाह

(ii) एक फेस कार्ड अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता

(iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता

(iv) पान का गुलाम

(v) हुकुम का पत्ता

(vi) एक ईंट की बेगम।

हल : ताश की गड्ढी में 52 पत्ते होते हैं। गड्ढी को अच्छी तरह फेंटकर गड्ढी में से एक पत्ता निकालने पर पत्ता क्या है, इसके कुल सम्भावित परिणामों की संख्या = 52

5 गणित ■ कक्षा 10

- (i) लाल रंग का बादशाह होने की घटना (A)

\therefore गड्ढी में कुल 4 बादशाह होते हैं जिनमें पान तथा ईंट का बादशाह लाल होता है।

\therefore लाल रंग का बादशाह प्राप्त होने के अनुकूल परिणाम = 2

$$\therefore \text{घटना } A \text{ की प्रायिकता } P(A) = \frac{\text{घटना } A \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

$$\text{अतः लाल बादशाह होने की प्रायिकता} = \frac{1}{26}$$

उत्तर

- (ii) एक फेस कार्ड अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता होने की घटना (B)

\therefore प्रत्येक समूह में 3 फेस कार्ड्स (बादशाह, बेगम व गुलाम) होते हैं।

\therefore गड्ढी में कुल फेस कार्ड = $3 \times 4 = 12$

\therefore घटना B के अनुकूल परिणाम = 12

$$\therefore \text{घटना } B \text{ की प्रायिकता } P(B) = \frac{\text{घटना } B \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

$$\text{अतः एक फेस कार्ड अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{3}{13}$$

उत्तर

- (iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता होने की घटना (C)

\therefore कुल फेस कार्ड्स = 6 काले फेस कार्ड्स + 6 लाल फेस कार्ड्स = 12

\therefore लाल रंग का तस्वीर वाले पत्तों की संख्या = 6

तब, घटना C के अनुकूल परिणाम = 6

$$\therefore \text{घटना } C \text{ की प्रायिकता } P(C) = \frac{\text{घटना } C \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

$$\text{अतः लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता निकलने की प्रायिकता} = \frac{3}{26}$$

उत्तर

- (iv) पान का गुलाम होने की घटना (D)

\therefore गड्ढी में पान का एक ही गुलाम होता है। अतः घटना D के अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore \text{घटना } D \text{ की प्रायिकता } P(D) = \frac{\text{घटना } D \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{52}$$

$$\text{अतः निकाले गए पत्ते के पान का गुलाम होने की प्रायिकता} = \frac{1}{52}$$

उत्तर

- (v) हुकुम का पत्ता होने की घटना (E)

\therefore गड्ढी में हुकुम के पत्तों की संख्या = 13

\therefore घटना E के अनुकूल परिणाम = 13

$$\therefore \text{घटना } E \text{ की प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{घटना } E \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

$$\text{अतः निकाला गया पत्ता हुकुम का पत्ता होने की प्रायिकता } P(E) = \frac{1}{4}$$

उत्तर

- (vi) ईंट की बेगम होने की घटना (F)

\therefore गड्ढी में ईंट की केवल एक ही बेगम होती है।

\therefore घटना F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\text{तब, घटना } F \text{ की प्रायिकता } P(F) = \frac{\text{घटना } F \text{ के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{52}$$

$$\text{अतः निकाला गया पत्ता ईंट की बेगम होने की प्रायिकता } P(F) = \frac{1}{52}$$

उत्तर

प्रश्न 15. ताश के पाँच पत्तों—ईंट का दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का, को पलटकर के अच्छी प्रकार फेंटा जाता है। फिर इनमें से यादृच्छ्या एक पत्ता निकाला जाता है।

(i) इसकी क्या प्रायिकता है कि यह पत्ता एक बेगम है।

(ii) यदि बेगम निकल आती है तो उसे अलग रख दिया जाता है और एक अन्य पत्ता निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दूसरा निकाला गया पत्ता (a) एक इक्का है? (b) एक बेगम है?

हल : ताश के 5 पत्तों—ईंट का दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह, इक्का को पलटकर के फेंटा गया और फिर इसमें से एक पत्ता निकाला जाता है।

इसके कुल सम्भव परिणाम = 5

- (i) यदि निकाला गया पत्ता बेगम हो तो इस घटना के अनुकूल परिणाम = 1

$$\text{अतः निकाला गया पत्ता बेगम होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{5} \quad \text{उत्तर}$$

● (ii) यदि बेगम निकल आती है तो उसे अलग रख दिया जाता है और शेष पत्तों में से फिर एक पत्ता निकाला जाता है। तब, कुल सम्भव परिणाम = 4 (ईंट का दहला, गुलाम, बादशाह, इक्का)

- (a) दूसरा पत्ता इक्का होने के अनुकूल परिणाम = 1

$$\text{अतः दूसरा पत्ता इक्का होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{4} \quad \text{उत्तर}$$

- (b) दूसरा पत्ता बेगम होने के अनुकूल परिणाम = शून्य, क्योंकि इन पत्तों में बेगम है ही नहीं।

$$\text{अतः दूसरा पत्ता बेगम होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{0}{4} = 0 \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 16. किसी कारण 12 खराब पेन 132 अच्छे पेनों में मिल गए हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन खराब है या अच्छा है। इस मिश्रण में से, एक पेन यादृच्छ्या निकाला जाता है। निकाले गए पेन की अच्छा होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है, अच्छे पेनों की संख्या = 132 तथा खराब पेनों का संख्या = 12

$$\therefore \text{मिश्रण में पेनों की कुल संख्या} = \text{अच्छे पेनों की संख्या} + \text{खराब पेनों की संख्या} = 132 + 12 = 144$$

मिश्रण में से एक पेन यादृच्छ्या निकाला जाता है।

कुल सम्भव परिणाम = 144

अच्छा पेन निकलने के अनुकूल परिणाम = 132

$$\therefore \text{अच्छा पेन निकलने की प्रायिकता} = \frac{\text{अच्छा पेन निकलने के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{132}{144} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

$$\text{अतः अच्छा पेन निकलने की प्रायिकता} = \frac{11}{12} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 17. (i) 20 बल्बों के एक समूह में 4 बल्ब खराब हैं। इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छ्या निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब होगा?

(ii) मान लीजिए (i) में निकाला गया बल्ब खराब नहीं है और न ही इसे दुबारा बल्बों के साथ मिलाया जाता है। अब शेष बल्बों में से एक बल्ब यादृच्छ्या निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब नहीं होगा?

हल : समूह में बल्बों की कुल संख्या = 20

खराब बल्बों की संख्या = 4

यदि एक बल्ब यादृच्छ्या निकाला जाता है तो

- (i) बल्ब खराब होने के अनुकूल परिणाम = 4

तथा कुल सम्भव परिणाम = 20

$$\text{अतः बल्ब खराब होने की प्रायिकता} = \frac{\text{बल्ब खराब होने के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \quad \text{उत्तर}$$

7 गणित ■ कक्षा 10

- (ii) यदि निकाला गया बल्ब खराब नहीं है तो इसे पुनः बल्बों के साथ नहीं मिलाया जाता है। शेष बल्बों में से पुनः एक बल्ब निकाला जाता है।

कुल सम्भव परिणाम = $20 - 1 = 19$ तथा खराब बल्ब होने के अनुकूल परिणाम = 4

$$\text{तब, बल्ब खराब निकलने की प्रायिकता} = \frac{\text{बल्ब खराब होने के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{4}{19}$$

$$\therefore \text{बल्ब खराब न होने की प्रायिकता} = 1 - \frac{4}{19} = \frac{15}{19} \quad [\because P(E) + P(E') = 1]$$

$$\text{अतः निकाला गया बल्ब खराब न होने की प्रायिकता} = \frac{15}{19} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 18. एक पेटी में 90 डिस्क (discs) हैं, जिन पर 1 से 90 तक संख्याएँ अंकित हैं। यदि इस पेटी में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस डिस्क पर अंकित होगी :

- (i) एक पूर्ण वर्ग संख्या (iii) 5 से विभाज्य एक संख्या।

हल : दिया है, पेटी में डिस्कों की कुल संख्या = 90

यदि एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है तो

$$\text{कुल सम्भव परिणाम} = (1, 2, 3, 4, \dots, 90) = 90$$

$$\text{इन परिणामों में दो अंकों वाली संख्याएँ} = (10, 11, 12, \dots, 90) = 81$$

- (i) डिस्क पर दो अंकों की संख्या अंकित होने के अनुकूल परिणाम = 81

और कुल सम्भव परिणाम = 90

$$\text{अतः डिस्क पर दो अंकों की संख्या अंकित होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10} \quad \text{उत्तर}$$

- (ii) पूर्ण वर्ग संख्याएँ = $(1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81) = 9$

डिस्क पर पूर्ण वर्ग संख्या अंकित होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 9

और कुल सम्भव परिणाम = 90

$$\text{अतः डिस्क पर पूर्ण वर्ग संख्या अंकित होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10} \quad \text{उत्तर}$$

- (iii) 5 से विभाज्य संख्याएँ = $(5, 10, 15, 20, \dots, 90) = 18$

डिस्क पर 5 से विभाज्य संख्या अंकित होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 18

और कुल सम्भव परिणाम = 90

$$\text{अतः डिस्क पर 5 से विभाज्य संख्या अंकित होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 19. एक बच्चे के पास ऐसा पासा है जिसके फलकों परनिम्नलिखित अक्षर अंकित हैं :

A B C D E A

इस पासे को एक बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि (i) A प्राप्त हो? (ii) D प्राप्त हो?

हल : पासे के दो फलकों पर A तथा एक-एक पासे पर B, C, D, E अंकित हैं।

$$\therefore \text{पासा फेंकने पर कुल सम्भव परिणाम} = 6$$

- (i) पासा फेंकने पर A प्राप्त होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 2

$$\text{अतः पासे पर A आने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{उत्तर}$$

- (ii) D प्राप्त होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 1

$$\text{अतः पासे पर D आने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{6} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 20. मान लीजिए आप एक पासे को संलग्न आकृति में दर्शाएं। आयताकार क्षेत्र में यादृच्छ्या रूप से गिराते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह पासा 1 मीटर व्यास वाले वृत्त के अन्दर गिरेगा?

$$\text{हल : } \text{आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ = 3 \times 2 = 6 \text{ मीटर}^2$$

$$\therefore \text{वृत्त का व्यास} = 1 \text{ मीटर} \quad (\text{दिया है})$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या } r = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{1}{2} \text{ मीटर}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \text{ वर्ग मीटर}$$

जब एक पासा यादृच्छ्या फेंका जाता है तो उसके गिरने का व्यापक क्षेत्र आयताकार क्षेत्र होगा। पतन का सम्पूर्ण क्षेत्र = 6 मीटर²

$$\text{वृत्तीय क्षेत्र में गिरने की घटना का क्षेत्र} = \frac{\pi}{4} \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{तब, पासे की वृत्त के अन्दर गिरने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना विशेष के लिए माप क्षेत्र}}{\text{गिरने (पतन) के लिए सम्पूर्ण क्षेत्र}} = \frac{\pi/4}{6} = \frac{\pi}{24}$$

$$\text{अतः पासे के वृत्त के अन्दर गिरने की प्रायिकता} = \frac{\pi}{24} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 21. 144 बॉल-पेनों के समूह में 20 बॉल-पेन खराब हैं और शेष अच्छे हैं। आप वही पेन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो, परन्तु खराब पेन आप खरीदना नहीं चाहेंगे। दुकानदार इन पेनों में से, यादृच्छ्या एक पेन निकालकर आपको देता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि

(i) आप वह पेन खरीदेंगे?

$$\text{हल : समूह में कुल बॉल-पेनों की संख्या} = 144$$

$$\text{खराब बॉल-पेनों की संख्या} = 20$$

$$\therefore \text{ठीक बॉल-पेनों की संख्या} = 144 - 20 = 124$$

पेनों के समूह में से दुकानदार यादृच्छ्या एक पेन निकालता है

$$\text{बॉल-पेन के अच्छा-बुरा होने सम्बन्धी कुल सम्भव परिणाम} = 144$$

$$\text{बॉल-पेन के ठीक होने की घटना के अनुकूल परिणाम} = 124$$

$$\text{बॉल-पेन खराब होने की घटना के अनुकूल परिणाम} = 20$$

$$\therefore \text{हम ठीक बॉल-पेन ही खरीदना चाहेंगे}$$

$$\therefore \text{बॉल-पेन को खरीद लेने की प्रायिकता} = \frac{\text{बॉल पेन के ठीक होने की घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल बॉल पेनों की संख्या}} = \frac{124}{144} = \frac{31}{36}$$

$$\text{तथा बॉल-पेन के न खरीदने की प्रायिकता} = \frac{\text{बॉल पेन के ठीक न होने की घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल बॉल पेनों की संख्या}} = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

$$\text{अतः हम वह बॉल-पेन खरीदेंगे इसकी प्रायिकता} \frac{31}{36} \text{ और हम वह बॉल-पेन नहीं खरीदेंगे, इसकी प्रायिकता} = \frac{5}{36}$$

उत्तर

प्रश्न 22. एक सलेटी और एक नीले पासे को एक साथ फेंका जाता है। दोनों पासों पर प्राप्त होने वाले परिणाम अंकित कीजिए।

(i) निम्न सारणी को पूरा कीजिए :

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|----------------|---|---|---|---|---|----------------|---|----|----|----------------|
| घटना दोनों पासों की संख्याओं का योग | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| प्रायिकता | $\frac{1}{36}$ | | | | | | $\frac{5}{36}$ | | | | $\frac{1}{36}$ |

9 गणित ■ कक्षा 10

(ii) एक विद्यार्थी यह तर्क देता है कि 'यहाँ कुल 11 परिणाम 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 और 12 हैं। अतः प्रत्येक की प्रायिकता $\frac{1}{11}$ है।' क्या आप इस तर्क से सहमत हैं? सकारण उत्तर दीजिए।

हल : एक सलेटी और एक नीले रंग के पासे को जब यादृच्छ्या एक साथ फेंका जाता है तो

सलेटी रंग के पासे नीले रंग के पासे पर प्राप्त सम्भावित अंक

पर प्राप्त सम्भावित अंक

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

| | | | | | | |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| प्राप्त परिणाम : | (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| | (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| | (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| | (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| | (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

| पासों पर प्राप्त अंकों का योग | परिणाम | संख्या | कुल सम्भव परिणाम | प्रायिकता = $\frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}}$ |
|-------------------------------------|--|--------|---------------------|--|
| 2 | (1, 1) | 01 | 36 | $\frac{1}{36}$ |
| 3 | (1, 2), (2, 1) | 02 | 36 | $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ |
| 4 | (1, 3), (2, 2), (3, 1) | 03 | 36 | $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ |
| 5 | (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) | 04 | 36 | $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ |
| 6 | (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) | 05 | 36 | $\frac{5}{36}$ |
| 7 | (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) | 06 | 36 | $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ |
| 8 | (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) | 05 | 36 | $\frac{5}{36}$ |
| 9 | (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) | 04 | 36 | $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ |
| 10 | (4, 6), (5, 5), (6, 4) | 03 | 36 | $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ |
| 11 | (5, 6), (6, 5) | 02 | 36 | $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ |
| 12 | (6, 6) | 01 | 36 | $\frac{1}{36}$ |

अतः दी हुई सारणी पूरित रूप में निम्नवत् है :

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| घटना दोनों पासों की संख्याओं का योग | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| प्रायिकता | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{36}$ |

उत्तर

- (ii) विद्यार्थी का तर्क त्रुटिपूर्ण है क्योंकि सभी 11 घटनाएँ प्रारम्भिक घटनाएँ नहीं हैं। प्रत्येक घटना से सम्बन्धित परिणामों की आवृत्तियाँ भिन्न-भिन्न हैं। अतः विद्यार्थी का तर्क असंगत है।

उत्तर

प्रश्न 23. एक खेल में एक रुपये के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और प्रत्येक बार का परिणाम लिख लिया जाता है। तीनों परिणाम समान होने पर, अर्थात् तीन चित्र या पट प्राप्त होने पर, हनीफ खेल में जीत जाएगा, अन्यथा वह हार जाएगा। हनीफ के खेल में हार जाने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

हल : एक खेल में एक रुपया यादृच्छ्या तीन बार उछाला जाता है। परिणाम चित्र को H तथा पट को T से इंगित करें और परिणाम अंकित करें तो सभी सम्भावित परिणाम निम्नवत् होंगे :

$$\begin{array}{cccc} HHH & HHT & HTT & HTT \end{array} \left. \begin{array}{c} TTH \\ THH \\ THT \\ TTT \end{array} \right\} \text{कुल सम्भव परिणाम} = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{घटना 3 चित्र होने के अनुकूल परिणाम} = 1 \\ \text{घटना 3 पट होने के अनुकूल परिणाम} = 1 \end{array} \right\} \text{जीतने के लिए अनुकूल परिणाम} = 2$$

तब, हारने के लिए अनुकूल परिणाम = कुल सम्भव परिणाम – जीतने के लिए अनुकूल परिणाम = $8 - 2 = 6$

$$\therefore \text{हारने की प्रायिकता} = \frac{\text{हारने की घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{अतः हनीफ के हारने की प्रायिकता} = \frac{3}{4}$$

उत्तर

प्रश्न 24. एक पासे को दो बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि

- (i) 5 किसी भी बार में नहीं आएगा? (ii) 5 कम-से-कम एक बार आएगा?

हल : जब एक पासे को दो बार यादृच्छ्या फेंका जाता है तो फलकों पर प्राप्त अंक निम्नवत् होंगे :

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

$$\text{कुल सम्भव परिणाम} = 36$$

वे परिणाम जिनमें 5 आता है = 11

\therefore वे परिणाम जिनमें 5 कभी न आता है = $36 - 11 = 25$

11 गणित ■ कक्षा 10

- (i) 5 न आने की घटना के अनुकूल परिणाम = 25

कुल सम्भव परिणाम = 36

$$\therefore \text{उक्त घटना की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{25}{36}$$

$$\text{अतः } 5 \text{ किसी भी बार में न आने की प्रायिकता} = \frac{25}{36}$$

उत्तर

- (ii) 5 कम-से-कम एक बार आने के अनुकूल परिणाम = 11

और कुल सम्भव परिणाम = 36

$$\therefore \text{उक्त घटना की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{11}{36}$$

$$\text{अतः } 5 \text{ कम-से-कम एक बार आने की प्रायिकता} = \frac{11}{36}$$

उत्तर

प्रश्न 25. निम्नलिखित में से कौन-से तर्क सत्य हैं और कौन-से तर्क असत्य हैं? सकारण उत्तर दीजिए।

- (i) यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है तो इसके तीन सम्भावित परिणाम : दो चित, दो पट या प्रत्येक एक बार हैं। अतः इनमें से प्रत्येक परिणाम की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है।

- (ii) यदि एक पासे को फेंका जाता है तो इसके दो सम्भावित परिणाम : एक विषम संख्या या एक सम संख्या हैं। अतः एक विषम संख्या ज्ञात करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

हल : (i) जब दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है तो चित को H तथा पट को T से व्यक्त करने पर सम्भव परिणाम चार होते हैं (तीन नहीं) जो इस प्रकार हैं :

दो चित

पहला चित दूसरा पट

पहला पट दूसरा चित

दो पट

$H H$

$H T$

$T H$

$T T$

बीच के दो परिणाम पृथक् हैं समान नहीं;

अतः छात्र का तर्क असत्य है।

उत्तर

- (ii) जब एक पासे को फेंका जाता है तो कुल सम्भव परिणाम = 6

सम संख्या आने की घटना के अनुकूल परिणाम = (2, 4, 6) = 3

विषम संख्या आने की घटना के अनुकूल परिणाम = (1, 3, 5) = 3

$$\therefore \text{विषम संख्या आने की प्रायिकता} = \frac{\text{विषम संख्या आने की घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

अतः छात्र का तर्क सत्य है।

उत्तर

प्रश्नावली 15.2 (ऐच्चिक)

प्रश्न 1. दो ग्राहक श्याम और एकता एक विशेष दुकान पर एक ही सप्ताह में जा रहे हैं (मंगलवार से शनिवार तक)। प्रत्येक द्वारा दुकान पर किसी दिन या किसी अन्य दिन जाने के परिणाम सम्प्रायिक हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों उस दुकान पर (i) एक ही दिन जाएँगे? (ii) क्रमागत दिनों में जाएँगे? (iii) भिन्न - भिन्न दिनों में जाएँगे?

हल : दो ग्राहक श्याम और एकता एक विशेष दुकान पर एक ही सप्ताह में (मंगलवार से शनिवार तक) जा रहे हैं। प्रत्येक ग्राहक द्वारा दुकान पर किसी दिन या किसी अन्य दिन जाने के परिणाम सम्प्रायिक हैं। सम्भव परिणाम निम्नवत् होंगे :

श्याम के जाने के दिन

एकता के जाने के सम्भावित दिन

मंगलवार

मंगलवार बुधवार गुरुवार शुक्रवार शनिवार

बुधवार

मंगलवार बुधवार गुरुवार शुक्रवार शनिवार

गुरुवार

मंगलवार बुधवार गुरुवार शुक्रवार शनिवार

शुक्रवार

मंगलवार बुधवार गुरुवार शुक्रवार शनिवार

शनिवार

मंगलवार बुधवार गुरुवार शुक्रवार शनिवार

प्रायिकता 12

यदि मंगलवार (T), बुधवार (W), गुरुवार (Th), शुक्रवार (F), शनिवार (S) से अंकित हों तो कुल सम्भावित परिणाम = 25

| | | | | |
|---------|---------|----------|---------|---------|
| (T, T) | (T, W) | (T, Th) | (T, F) | (T, S) |
| (W, T) | (W, W) | (W, Th) | (W, F) | (W, S) |
| (Th, T) | (Th, W) | (Th, Th) | (Th, F) | (Th, S) |
| (F, T) | (F, W) | (F, Th) | (F, F) | (F, S) |
| (S, T) | (S, W) | (S, Th) | (S, F) | (S, S) |

(i) दोनों ग्राहकों के एक ही दिन जाने की घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या

$$= (T, T), \quad (W, W), \quad (Th, Th), \quad (F, F), \quad (S, S) = 5$$

अतः दोनों के दुकान पर एक ही दिन जाने की प्रायिकता = $\frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ उत्तर

(ii) दोनों ग्राहकों के दुकान पर क्रमागत दिनों में जाने की घटना के अनुकूल परिणाम

$$\begin{aligned} &= (T, W), \quad (W, Th), \quad (Th, F), \quad (F, S) = 4 \\ &\quad (W, T) \quad (Th, W) \quad (F, Th) \quad (S, F) = 4 \end{aligned} \Big\} = 8$$

अतः दोनों ग्राहकों के दुकान पर क्रमागत दिनों में जाने की प्रायिकता = $\frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{8}{25}$ उत्तर

(iii) ∵ दोनों के दुकान पर एक ही दिन जाने की प्रायिकता $P = \frac{1}{5}$

∴ दोनों के दुकान पर एक ही दिन न जाने की प्रायिकता $P' = 1 - P = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ $[\because P(E) + P(E') = 1]$

अतः दोनों के दुकान पर भिन्न-भिन्न दिनों में जाने की प्रायिकता = $\frac{4}{5}$ उत्तर

प्रश्न 2. एक पासे के फलकों पर संख्याएँ 1, 2, 2, 3, 3 और 6 लिखी हुई हैं। इसे दो बार फेंका जाता है तथा दोनों बार प्राप्त हुई संख्याओं के योग लिख लिए जाते हैं। दोनों बार फेंकने के बाद, प्राप्त योग के कुछ सम्भावित मान निम्नलिखित सारणी में दिए हैं, इस सारणी को पूरा कीजिए।

पहली बार फेंकने के मान

| | | पहली बार फेंकने के मान | | | | | |
|-------------|---|------------------------|---|---|---|---|----|
| | | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 6 |
| प्राप्त योग | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 7 |
| | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 8 |
| | 2 | | | | | 5 | |
| | 3 | | | | | | |
| | 3 | | | 5 | | | 9 |
| | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 12 |

इसकी क्या प्रायिकता है कि कुल योग

(i) एक सम संख्या होगा?

(ii) 6 है?

(iii) कम-से-कम 6 है?

13 गणित ■ कक्षा 10

हल :

सारणी की पूर्ति
पहली बार फेंकने के मान

| | + | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 6 |
|--|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| मान प्रायिकता बार फेंकने दृश्य | 1 | (2) | 3 | 3 | (4) | (4) | 7 |
| | 2 | 3 | (4) | (4) | 5 | 5 | (8) |
| | 2 | $2+1=3$ | $2+2=(4)$ | $2+2=(4)$ | $2+3=5$ | $2+3=5$ | $2+6=(8)$ |
| | 3 | $3+1=(4)$ | $3+2=5$ | $3+2=5$ | $3+3=(6)$ | $3+3=(6)$ | $3+6=9$ |
| | 3 | $3+1=(4)$ | $3+2=5$ | $3+2=5$ | $3+3=(6)$ | $3+3=(6)$ | $3+6=9$ |
| | 6 | $6+1=7$ | $6+2=(8)$ | $6+2=(8)$ | $6+3=9$ | $6+3=9$ | $6+6=(12)$ |

- (i) कुल योग सम संख्या होने की घटना के अनुकूल परिणाम = घेरे वाले अंक = 18 (सारणी से)

$$\text{कुल सम्भव परिणाम} = 6 \times 6 = 36$$

$$\text{अतः योग सम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad \text{उत्तर}$$

- (ii) कुल योग 6 हो, इस घटना के अनुकूल परिणाम = 4 और कुल सम्भव परिणाम = 36

$$\text{अतः योग 6 होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad \text{उत्तर}$$

- (iii) कुल योग कम-से-कम 6 होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 15 (सारणी से)

तथा

$$\text{कुल सम्भव परिणाम} = 36$$

$$\text{अतः योग कम-से-कम 6 होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 3. एक थैले में 5 लाल गेंद और कुछ नीली गेंदें हैं यदि इस थैले में से नीली गेंद निकालने की प्रायिकता लाल गेंद निकालने की प्रायिकता की दुगुनी है तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना थैले में नीली गेंदों की संख्या x है।

$$\therefore \text{थैले में कुल गेंदों की संख्या} = 5 \text{ लाल} + x \text{ नीली} = (5+x)$$

थैले में से यादृच्छया 1 गेंद निकालने पर,

$$\text{कुल सम्भव परिणाम} = (5+x)$$

$$\text{लाल गेंद निकालने की घटना के अनुकूल परिणाम} = 5$$

$$\therefore \text{लाल गेंद निकालने की प्रायिकता } P(R) = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{5}{5+x}$$

$$\text{तब, नीली गेंद निकालने की प्रायिकता } P(B) = 1 - P(R)$$

$$= 1 - \frac{5}{5+x} = \frac{x}{5+x} \quad [:\ P(A) + P(A') = 1]$$

प्रश्नानुसार, नीली गेंद निकालने की प्रायिकता लाल गेंद निकालने की प्रायिकता की दुगुनी है।

अर्थात

$$P(B) = 2 \times P(R)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5+x} = 2 \times \frac{5}{5+x}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5+x} = \frac{10}{5+x} \Rightarrow x = 10$$

$$\text{अतः थैले में नीली गेंदों की संख्या} = 10$$

उत्तर

प्रश्न 4. एक पेटी में 12 गेंदें हैं, जिनमें से x गेंद काली है। यदि इसमें से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद काली है।

यदि इस पेटी में 6 काली गेंद और डाल दी जाएँ, तो काली गेंद निकलने की प्रायिकता पहली प्रायिकता की दुगुनी हो जाती है। x का मान ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है, पेटी में गेंदों की कुल संख्या = 12

तथा काली गेंदों की संख्या = x

यदि पेटी में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो गेंद निकाले जाने के कुल सम्भव परिणाम = 12

निकाली गई गेंद काली होने की घटना के अनुकूल परिणाम = x

$$\text{अतः निकाली गई गेंद काली होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{x}{12}$$

यदि पेटी में 6 काली गेंद और मिला दी जाएँ तो काली गेंद निकलने के अनुकूल परिणाम = $x + 6$

तथा कुल सम्भव परिणाम = $12 + 6 = 18$

$$\text{अतः अब काली गेंद निकलने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{x + 6}{18}$$

प्रश्नानुसार,

वर्तमान प्रायिकता = $2 \times$ पहले की प्रायिकता

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & \frac{x+6}{18} = 2 \times \frac{x}{12} \\ \Rightarrow \quad & \frac{x+6}{18} = \frac{x}{6} \\ \Rightarrow \quad & 18x = 6x + 36 \\ \Rightarrow \quad & 18x - 6x = 36 \\ \Rightarrow \quad & 12x = 36 \\ \Rightarrow \quad & x = \frac{36}{12} = 3 \end{aligned}$$

अतः x का मान = 3

उत्तर

प्रश्न 5. एक जार में 24 कंचे हैं जिनमें कुछ हरे हैं और शेष नीले हैं। यदि इस जार में से यादृच्छया एक कंचा निकाला जाता है तो इस कंचे के हरे होने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है। जार में नीले कंचों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना जार में हरे कंचों की संख्या x है।

तथा कंचों की कुल संख्या = 24

जब जार में से 1 कंचा यादृच्छया निकाला जाता है

$$\text{तो कंचे के हरे होने की प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{x}{24}$$

परन्तु दिया है कि कंचे के हरे होने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है।

$$\therefore \quad \frac{x}{24} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad 3x = 48 \quad \Rightarrow \quad x = 16$$

\therefore जार में हरे कंचों की संख्या = 16

तब, जार में नीले कंचों की संख्या = कंचों की कुल संख्या – हरे कंचों की संख्या = $24 - 16 = 8$

अतः जार में नीले कंचों की संख्या = 8

उत्तर