

माध्यमिक शिक्षा परिषद्, उ० प्र० द्वारा निर्धारित नवीन पाठ्यक्रमानुसार।



गणित कक्षा | **10**

NCERT ZONE

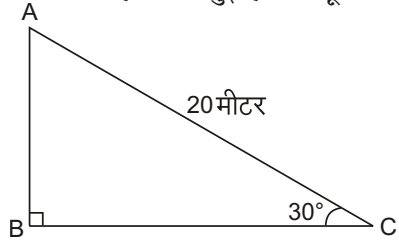
NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत
दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

प्रश्नावली 9.1

प्रश्न 1. सर्कस का एक कलाकार एक 20 मीटर लम्बी डोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खम्भे के शिखर से बँधी हुई है। यदि भूमि स्तर के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण 30° का हो तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : चित्र में AB एक खम्भा है जिसका सिरा B भूमि पर गड़ा है। खम्भे के शिखर A से एक तनी हुई डोरी AC भूमि पर एक स्थान (बिन्दु) C से बँधी है। डोरी AC की लम्बाई 20 मीटर है। डोरी भूमि स्तर BC के साथ बिन्दु C पर $\angle ACB = 30^\circ$ बनाती है।



हमें खम्भे की ऊँचाई AB ज्ञात करनी है और डोरी की लम्बाई $AC = 20$ मीटर ज्ञात है।

तब, समकोण ΔABC में,

$$\sin \angle ACB = \frac{\angle ACB \text{ की सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{AB}{20} \quad [\because AC = 20 \text{ मीटर}]$$

$$2 AB = 20 \quad \Rightarrow \quad AB = 10$$

अतः खम्भे की ऊँचाई = 10 मीटर।

उत्तर

प्रश्न 2. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ 30° का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिन्दु की दूरी, जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, 8 मीटर है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना PQ एक पेड़ है जो बिन्दु R से टूटकर भूमि पर गिर गया है। पेड़ के ऊपरी भाग RP का ऊपरी सिरा P भूमि पर बिन्दु S को छू रहा है। बिन्दु S की पेड़ से दूरी $SQ = 8$ मीटर है। पेड़ का टूटा हुआ भाग PR , भूमि पर बिन्दु S अर्थात् क्षैतिज से $\angle QSR = 30^\circ$ बनाता है।

तब, समकोण त्रिभुज QSR में,

$$\tan 30^\circ = \frac{QR}{SQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{QR}{8} \quad [\because SQ = 8 \text{ मीटर}]$$

$$\therefore QR = \frac{8}{\sqrt{3}} \quad \dots(1)$$

2 गणित ■ कक्षा 10

पुनः समकोण त्रिभुज QSR में,

$$\cos 30^\circ = \frac{SQ}{SR}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{SR} \quad [\because SQ = 8 \text{ मीटर}]$$

$$\therefore \sqrt{3} SR = 16 \Rightarrow SR = \frac{16}{\sqrt{3}} \quad \dots(2)$$

तब, पेड़ PQ की ऊँचाई $= PR + QR$

$$= SR + QR \quad [\because PR = SR]$$

$$= \frac{16}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \quad [\text{समीकरण (1) व (2) से}]$$

$$= \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3}$$

$$= 8 \times 1.73 = 13.84 \text{ मीटर}$$

अतः पेड़ की ऊँचाई $= 13.84$ मीटर या $8\sqrt{3}$ मीटर।

उत्तर

प्रश्न 3. एक ठेकेदार बच्चों को खेलने के लिए एक पार्क में दो फिसलनपट्टी लगाना चाहती है। 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए वह एक ऐसी फिसलनपट्टी लगाना चाहती है जिसका शिखर 1.5 मीटर की ऊँचाई पर हो और भूमि के साथ 30° के कोण पर झुका हुआ हो, जबकि इससे अधिक उम्र के बच्चों के लिए वह 3 मीटर की ऊँचाई पर एक अधिक ढाल की फिसलनपट्टी लगाना चाहती है, जो भूमि के साथ 60° का कोण बनाती हो। प्रत्येक स्थिति में फिसलनपट्टी की लम्बाई क्या होनी चाहिए?

हल : जब ठेकेदार 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी लगाता है तो उसकी ऊँचाई $AB = 1.5$ मीटर तथा फिसलनपट्टी का भूमि के साथ कोण $ACB = 30^\circ$ है।

माना इस स्थिति में फिसलनपट्टी की लम्बाई AC मीटर है।

समकोण ΔABC में,

$$\sin ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{1.5}{AC} \quad [\because AB = 1.5 \text{ मीटर (दिया है)}]$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1.5}{AC} \Rightarrow AC = 2 \times 1.5 \text{ मीटर} \quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\Rightarrow AC = 3.0 \text{ मीटर}$$

जब ठेकेदार 5 वर्ष से अधिक उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी लगाता है तो उसकी ऊँचाई $A'B' = 3$ मीटर होती है और फिसलनपट्टी भूमि के साथ कोण $\angle A'C'B' = 60^\circ$ बनाती है।

माना इस स्थिति में फिसलनपट्टी की लम्बाई $A'C'$ है।

तब, समकोण $\Delta A'B'C'$ में,

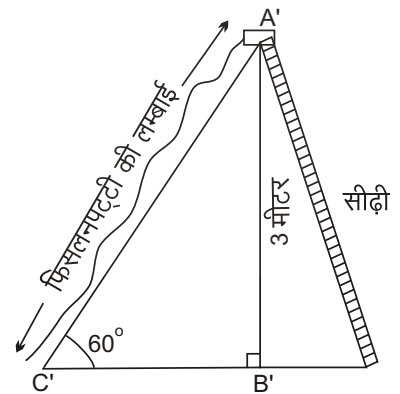
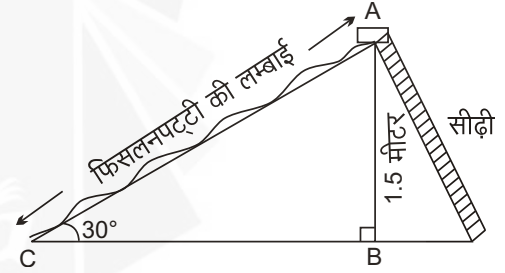
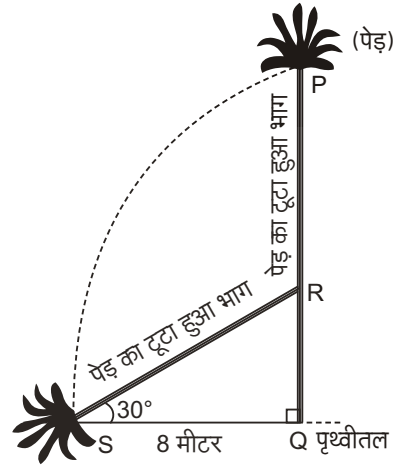
$$\sin A'C'B' = \frac{A'B'}{A'C'}$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{3}{A'C'}$$

$$[\because A'B' = 3 \text{ मीटर (दिया है)}]$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{A'C'} \quad [\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\therefore \sqrt{3} A'C' = 6$$



$$\therefore A'C' = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

अतः 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी की लम्बाई = 3 मीटर तथा इससे अधिक उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी की लम्बाई = $2\sqrt{3}$ मीटर। उत्तर

प्रश्न 4. भूमि के एक बिन्दु से जो मीनार के पाद-बिन्दु से 30 मीटर की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.73$)

हल : मान लिया, भूमि तल पर एक मीनार AB है जिसकी चोटी A तथा आधार (नींव) B है। मीनार के आधार B से 30 मीटर दूर भूमि पर स्थित कोई बिन्दु C है। C से मीनार की चोटी A का उन्नयन कोण $\angle ACB = 30^\circ$ है।

मान लिया, मीनार AB की ऊँचाई h मीटर है।

चित्र के अनुसार,

समकोण ΔABC में,

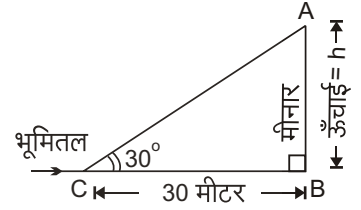
$$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{h}{30}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{30}$$

$$\text{या } \sqrt{3} h = 30$$

$$\text{या } h = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{10 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



$$\left(\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

अतः मीनार AB की ऊँचाई = $10\sqrt{3}$ मीटर या $10 \times 1.732 = 17.32$ मीटर। उत्तर

प्रश्न 5. भूमि से 60 मीटर की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिन्दु से बाँध दिया गया है भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60° है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है, डोरी की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया AX एक क्षैतिज रेखा है जिस पर स्थित एक बिन्दु C से $BC = 60$ मीटर ऊँचाई पर एक पतंग B उड़ रही है। यह पतंग B, क्षैतिज भूमि पर स्थित एक बिन्दु A से तनी हुई डोरी AB द्वारा संयोजित है। डोरी AB का भूमि के साथ कोण (झुकाव) 60° है।

चित्र में $\angle ACB$ एक समकोण त्रिभुज है,

$$\text{जिसमें } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{60}{AB} \quad [\because \angle A = 60 \text{ तथा } BC = 60 \text{ मीटर}]$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{AB} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3} AB = 120$$

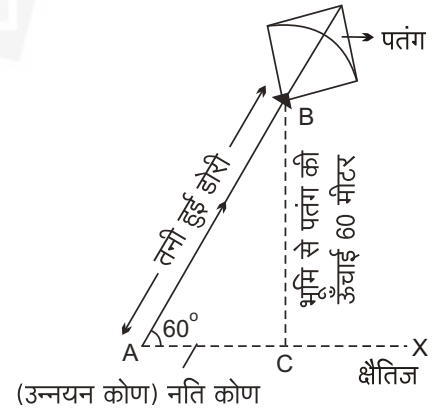
$$\left[\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$\Rightarrow AB = \frac{120}{\sqrt{3}} = \frac{40 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$$= 40 \times 1.73 = 69.2 \text{ मीटर}$$

अतः डोरी की लम्बाई = $40\sqrt{3}$ या 69.2 मीटर। उत्तर

प्रश्न 6. 1.5 मीटर लम्बा एक लड़का 30 मीटर ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 60° हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है?



4 गणित ■ कक्षा 10

हल : माना PQ एक भवन है जिसकी ऊँचाई 30 मीटर है। भवन के आधार Q से x मीटर दूर बिन्दु R पर एक लड़का OR खड़ा है, जिसकी ऊँचाई $OR = 1.5$ मीटर है।

तब,

$$OS \parallel QR$$

∴

$$SQ = 1.5 \text{ मीटर}$$

माना मीनार की चोटी P का लड़के की आँख O पर उन्नयन कोण $\angle POS = 30^\circ$ है।

तब,

$$PS = PQ - SQ = 30 - 1.5 = 28.5 \text{ मीटर}$$

तब, समकोण ΔPOS में,

$$\tan 30^\circ = \frac{PS}{OS} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \quad \text{या} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{x} \Rightarrow x = 28.5 \times \sqrt{3}$$

$$= 28.5 \times 1.732 = 49.362 \text{ मीटर}$$

माना लड़का d दूरी चलकर बिन्दु T पर पहुँचता है जहाँ से उसकी आँख का कोण $\angle PTS = 60^\circ$ हो जाता है।

तब, समकोण ΔPTS में,

$$\tan 60^\circ = \frac{PS}{TS} = \frac{PS}{OS - OT} = \frac{PS}{x - d}$$

या

$$\sqrt{3} = \frac{28.5}{28.5\sqrt{3} - d} \quad [\because x = 28.5\sqrt{3}]$$

∴

$$28.5 \times 3 - \sqrt{3}d = 28.5 \quad \text{या} \quad \sqrt{3}d = 85.5 - 28.5 = 57.0$$

∴

$$d = \frac{57.0}{\sqrt{3}} = \frac{19.0 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 19\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$$[\because 57 = 19 \times 3 = 19 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}]$$

अतः लड़का भवन की ओर $19\sqrt{3}$ मीटर चलकर गया।

प्रश्न 7. भूमि के एक बिन्दु से एक 20 मीटर ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° हैं। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया क्षैतिज भूमितल पर स्थित BQ एक भवन है जिसकी ऊँचाई $BQ = 20$ मीटर है। भवन की चोटी के ऊपर एक संचार मीनार BH स्थित है। भवन के आधार Q से किसी दूरी PQ पर एक बिन्दु P है। बिन्दु P से संचार मीनार के तल का उन्नयन कोण $\angle BPQ = 45^\circ$ तथा शिखर H का उन्नयन कोण $\angle HPQ = 60^\circ$ है।

मान लिया संचार मीनार की भूमि से ऊँचाई HQ है।

तब, समकोण ΔBQP में,

$$\tan BPQ = \frac{BQ}{PQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

∴

$$\tan 45^\circ = \frac{20}{PQ}$$

या

$$1 = \frac{20}{PQ}$$

$$[\because \tan 45^\circ = 1]$$

या

$$PQ = 20 \text{ मीटर}$$

पुनः समकोण ΔHQP में,

$$\tan HPQ = \frac{HQ}{PQ}$$

∴

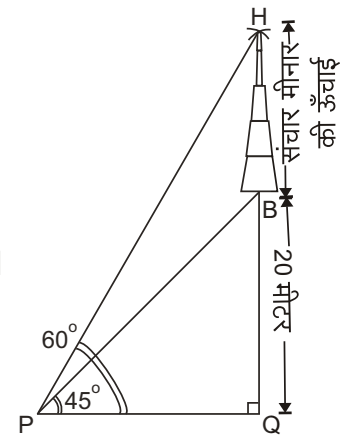
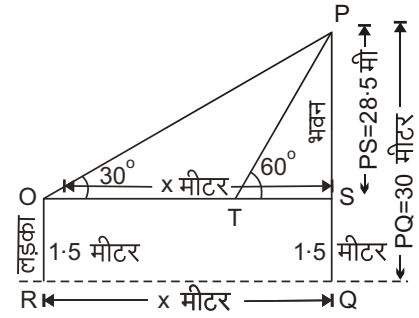
$$\tan 60^\circ = \frac{HB + BQ}{PQ}$$

$$[\because HQ = HB + BQ]$$

या

$$\sqrt{3} = \frac{HB + 20}{20}$$

$$[PQ = 20 \text{ मीटर}]$$



या
या

$$HB + 20 = 20\sqrt{3}$$

$$HB = 20\sqrt{3} - 20 = 20(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर}$$

अतः मीनार की ऊँचाई (HB) = 20(√3 - 1) मीटर। उत्तर

प्रश्न 8. एक पेडस्टल के शिखर पर एक 1.6 मीटर ऊँची मूर्ति लगी है। भूमि के एक बिन्दु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिन्दु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना PQ एक x मीटर ऊँची पेडस्टल है जिसकी चोटी P पर एक मूर्ति PS लगी है। मूर्ति की ऊँचाई PS = 1.6 मीटर है। क्षैतिज भूमि पर स्थित एक बिन्दु R से मूर्ति के ऊपरी सिरे S का उन्नयन कोण ∠QRS = 60° है तथा इसी बिन्दु R से पेडस्टल के शिखर P का उन्नयन कोण ∠PRQ = 45° है।

∴ मूर्ति PS की लम्बाई 1.6 मीटर है।

तब समकोण त्रिभुज RQS में,

$$\tan QRS = \frac{SQ}{RQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{PS + PQ}{RQ} \quad [\because SQ = PS + PQ]$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{1.6 + x}{RQ} \quad [\because PQ = x]$$

$$\therefore x + 1.6 = RQ\sqrt{3}$$

$$\therefore x = RQ\sqrt{3} - 1.6 \quad \dots(1)$$

पुनः समकोण त्रिभुज PQR में,

$$\tan PRQ = \frac{PQ}{RQ}$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{x}{RQ}$$

$$\therefore 1 = \frac{x}{RQ}$$

$$\therefore RQ = x \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) से समीकरण (1) में $RQ = x$ प्रतिस्थापित करने पर,

$$x = x\sqrt{3} - 1.6$$

$$\therefore x\sqrt{3} - x = 1.6$$

$$\therefore x(\sqrt{3} - 1) = 1.6 \text{ मीटर}$$

$$x = \frac{1.6}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{(3 - 1)} = \frac{1.6}{2}(\sqrt{3} + 1) = 0.8(\sqrt{3} + 1)$$

अतः मूर्ति की ऊँचाई = 0.8(√3 + 1) मीटर।

प्रश्न 9. एक मीनार के पाद-बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मीटर ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

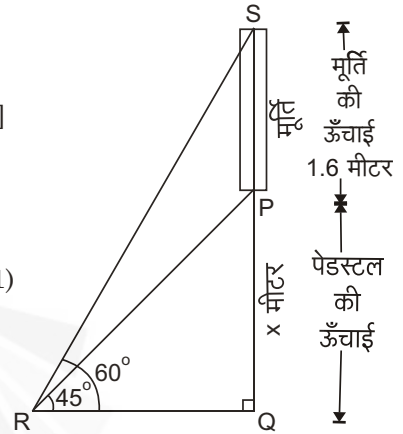
हल : मान लिया AB एक मीनार है जिसकी ऊँचाई 50 मीटर है। मीनार के पाद-बिन्दु B से एक भवन CD की चोटी D का उन्नयन कोण 30° है, जबकि भवन के आधार-बिन्दु C से मीनार की चोटी A का उन्नयन कोण 60° है। मीनार के आधार B से भवन के आधार C की दूरी BC है।

मान लिया भवन की ऊँचाई CD = x मीटर है।

समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{50}{BC}$$



[∴ tan 45° = 1]

↑
मूर्ति की ऊँचाई 1.6 मीटर
↓
पेडस्टल की ऊँचाई x मीटर

6 गणित ■ कक्षा 10

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{50}{BC} \quad \text{या} \quad \sqrt{3} BC = 50$$

$$\Rightarrow BC = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

पुनः समकोण $\triangle BCD$ में,

$$\tan DBC = \frac{CD}{BC}$$

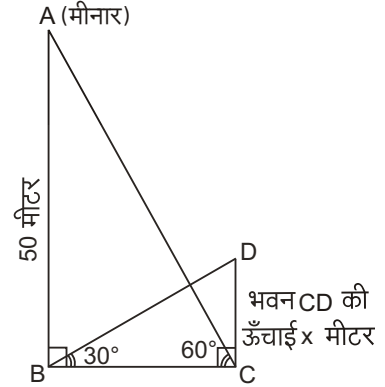
$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{x}{\frac{50}{\sqrt{3}}} \quad \left[\because BC = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ मीटर} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\frac{50}{\sqrt{3}}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{3} = 16 \frac{2}{3} \text{ मीटर}$$

अतः भवन की ऊँचाई = $16 \frac{2}{3}$ मीटर।

उत्तर



प्रश्न 10. एक 80 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान ऊँचाई वाले दो खम्भे लगे हुए हैं। इन दोनों खम्भों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खम्भों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° हैं। खम्भों की ऊँचाई और खम्भों से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : चित्र में, PA तथा QB समान ऊँचाई h मीटर के दो खम्भे हैं जो सड़क की चौड़ाई AB के सिरों क्रमशः A व B पर स्थित हैं। खम्भों की सीध में सड़क के किसी बिन्दु R से दोनों खम्भों के शिखर क्रमशः 60° व 30° के उन्नयन कोण बताते हैं।

\therefore सड़क की चौड़ाई $AB = 80$ मीटर तथा माना बिन्दु R की पहले खम्भे PA से दूरी x मीटर है। अतः बिन्दु R की खम्भे QB से दूरी = $(80 - x)$ मीटर

तब, समकोण त्रिभुज PAR में,

$$\tan 60^\circ = \frac{PA}{AR} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3} x \quad \dots(1)$$

तथा समकोण त्रिभुज QBR में,

$$\tan 30^\circ = \frac{QB}{RB} = \frac{QB}{80 - x}$$

$$\text{या} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{80 - x}$$

$$\text{या} \quad h = \frac{80 - x}{\sqrt{3}} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\sqrt{3} x = \frac{80 - x}{\sqrt{3}}$$

$$\text{या} \quad 3x = 80 - x$$

$$\text{या} \quad 4x = 80 \text{ मीटर}$$

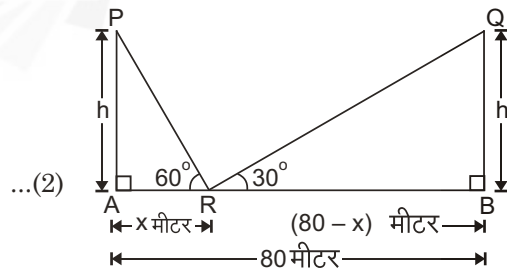
$$\therefore x = 20 \text{ मीटर}$$

समीकरण (1) में $x = 20$ रखने पर,

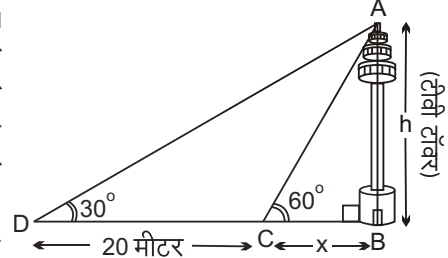
$$h = \sqrt{3} \times 20 = 1.73 \times 20 = 34.60 \text{ मीटर}$$

अतः खम्भे की ऊँचाई = 34.60 मीटर और पहले खम्भे से प्रेक्षण बिन्दु की दूरी = 20 मीटर तथा दूसरे खम्भे से प्रेक्षण बिन्दु की दूरी = $80 - 20 = 60$ मीटर।

उत्तर



प्रश्न 11. एक नहर के एक तट पर एक टीवी टॉवर ऊर्ध्वाधरतः खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक अन्य बिन्दु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। इसी तट पर इस बिन्दु से 20 मीटर दूर और इस बिन्दु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिन्दु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। टॉवर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।



हल : माना BC चौड़ाई की एक नहर है जिसके एक तट B पर एक टीवी टॉवर AB खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक बिन्दु C से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण $\angle ACB = 60^\circ$ है। इसी तट पर इस बिन्दु से 20 मीटर दूर तथा बिन्दु C और टॉवर के आधार B को मिलाने वाली रेखा की सीध में एक बिन्दु D है। बिन्दु D से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 30° है।

माना टॉवर AB की ऊँचाई h मीटर तथा नहर की चौड़ाई $BC = x$ मीटर है। तब, समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\tan \angle ACB = \frac{\angle ACB \text{ की सम्मुख भुजा}}{\angle ACB \text{ की आधार भुजा}} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3} x \quad \dots(1)$$

अब समकोण त्रिभुज ABD में,

$$\tan \angle ADB = \frac{\angle ADB \text{ की सम्मुख भुजा}}{\angle ADB \text{ की आधार भुजा}}$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{BC + CD} \quad [\because BD = BC + CD]$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 20} \quad (\because CD = 20 \text{ मीटर})$$

$$\therefore \sqrt{3} h = x + 20 \Rightarrow x = (\sqrt{3} h - 20) \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$$x = (\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} x - 20) \quad (\because h = \sqrt{3} x)$$

$$\therefore x = 3x - 20 \quad \text{या} \quad 3x - x = 20$$

$$\Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10 \text{ मीटर}$$

समीकरण (1) में $x = 10$ रखने पर, $h = 10\sqrt{3}$ मीटर

अतः टीवी टॉवर की ऊँचाई = $10\sqrt{3}$ मीटर तथा नहर की चौड़ाई = 10 मीटर।

प्रश्न 12. 7 मीटर ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना AB एक केबल टॉवर है और उसी धरातल में एक भवन CD है जिसकी ऊँचाई 7 मीटर है। भवन के शिखर C से क्षैतिज धरातल के समान्तर एक रेखा CE है। भवन के शिखर C से केबल टॉवर के शिखर A का उन्नयन कोण $\angle ACE = 60^\circ$ है और केबल टॉवर के पाद B का अवनमन कोण $\angle ECB = 45^\circ$ है।

$$\therefore DB \parallel CE \quad \text{और} \quad \angle DCE = 90^\circ$$

$$\text{तथा} \quad \angle EBD = 90^\circ \Rightarrow CD \parallel EB$$

\therefore चतुर्भुज $CDBE$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

$$\therefore EB = CD \Rightarrow EB = 7 \text{ मीटर}$$

8 गणित ■ कक्षा 10

अब, समकोण त्रिभुज BEC में, $\tan 45^\circ = \frac{EB}{CE} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

\therefore

$$1 = \frac{7}{CE}$$

$$(\because EB = 7 \text{ मीटर तथा } \tan 45^\circ = 1)$$

\therefore

$$CE = 7 \text{ मीटर}$$

पुनः समकोण त्रिभुज AEC में, $\tan 60^\circ = \frac{AE}{CE}$

\therefore

$$\sqrt{3} = \frac{AE}{7}$$

$$(\because \tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{ तथा } CE = 7 \text{ मीटर})$$

\therefore

$$AE = 7\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

तब, टॉवर AB की ऊँचाई $= AE + EB = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1)$ मीटर

अतः केबल टॉवर की ऊँचाई $= 7(\sqrt{3} + 1)$ मीटर।

उत्तर

प्रश्न 13. समुद्र-तल से 75 मीटर ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : माना 75 मीटर ऊँचे एक प्रकाश स्तम्भ PQ के शिखर P से, A और B जहाजों के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं।

\therefore

$$\angle SPA = 30^\circ = \angle PAQ$$

तथा

$$\angle SPB = 45^\circ = \angle PBQ$$

(एकान्तर कोण)

माना जहाजों के बीच की दूरी $AB = x$ मीटर

समकोण ΔPQB में,

$$\tan 45^\circ = \frac{PQ}{BQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \Rightarrow 1 = \frac{75}{BQ} \Rightarrow BQ = 75$$

पुनः समकोण ΔPQA में,

$$\tan 30^\circ = \frac{PQ}{AQ} = \frac{PQ}{AB+BQ} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{x+75} \quad [\because AQ = AB+BQ]$$

\Rightarrow

$$x+75 = 75\sqrt{3} \Rightarrow x = 75\sqrt{3} - 75 = 75(\sqrt{3} - 1)$$

अतः जहाजों के बीच की दूरी $= 75(\sqrt{3} - 1)$ मीटर।

उत्तर

प्रश्न 14. 1.2 मीटर लम्बी एक लड़की भूमि से 88.2 मीटर की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी भी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण 60° है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर 30° हो जाता है। इस अन्तराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : माना $AD = 1.2$ मीटर एक लम्बी लड़की क्षैतिज रेखा AB पर खड़ी है।

माना $FH = EB = 88.2$ मीटर, रेखा AB से गुब्बारे की ऊँचाई है। लड़की की आँख पर उन्नयन कोण $\angle FDC = 60^\circ$ तथा $\angle EDC = 30^\circ$ हैं।

अब,

$$FG = EC = 88.2 - 1.2 = 87 \text{ मीटर}$$

माना गुब्बारे द्वारा तय की गयी दूरी $HB = y$ मीटर

तथा

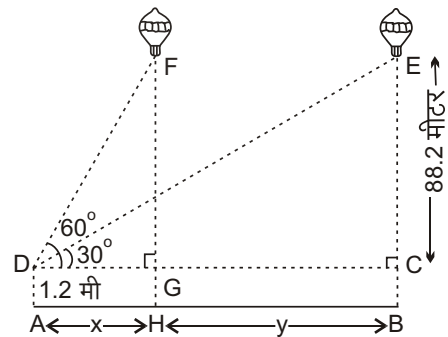
$$AH = x \text{ मीटर}$$

\therefore

$$DG = x \text{ मीटर}$$

तथा

$$GC = y \text{ मीटर}$$



समकोण $\triangle FDG$ में,

$$\begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{FG}{DG} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \\ \Rightarrow \sqrt{3} &= \frac{87}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{87}{\sqrt{3}} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

समकोण $\triangle EDC$ में,

$$\begin{aligned} \tan 30^\circ &= \frac{EC}{DC} = \frac{EC}{DG + GC} \\ \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{87}{x + y} \quad \Rightarrow \quad x + y = 87\sqrt{3} \quad \dots(2) \end{aligned}$$

\therefore समीकरण (1) से x का मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$\begin{aligned} \frac{87}{\sqrt{3}} + y &= 87\sqrt{3} \\ y &= 87\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ \Rightarrow y &= \frac{87(3-1)}{\sqrt{3}} = \frac{87 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{87 \times 2\sqrt{3}}{3} = 29 \times 2\sqrt{3} = 58\sqrt{3} \text{ मीटर} \end{aligned}$$

अतः दोनों गुब्बारे के बीच की दूरी $58\sqrt{3}$ मीटर है।

उत्तर

प्रश्न 15. एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को 30° के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एकसमान चाल से जाता है। छः सेकण्ड बाद कार का अवनमन कोण 60° हो गया। इस बिन्दु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

हल : माना BCQ एक सीधा राजमार्ग है जिसके किसी बिन्दु Q पर खड़ी किसी मीनार की ऊँचाई OQ है। एक प्रेक्षक मीनार के शिखर बिन्दु O पर बैठा देखता है कि एक कार B का अवनमन कोण 30° है जिससे $\angle OBQ = 30^\circ$ है। प्रेक्षक 6 सेकण्ड बाद देखता है कि कार का अवनमन कोण 60° है जिससे $\angle OCQ = 60^\circ$ है।

तब, $BC = 6$ सेकण्ड में कार द्वारा चली दूरी।

समकोण त्रिभुज OQB में,

$$\begin{aligned} \tan OBQ &= \frac{OQ}{BQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \\ \therefore \tan 30^\circ &= \frac{OQ}{BQ} \\ \therefore \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{OQ}{BQ} \quad \Rightarrow \quad BQ = \sqrt{3} OQ \quad \dots(1) \end{aligned}$$

समकोण त्रिभुज OQC में,

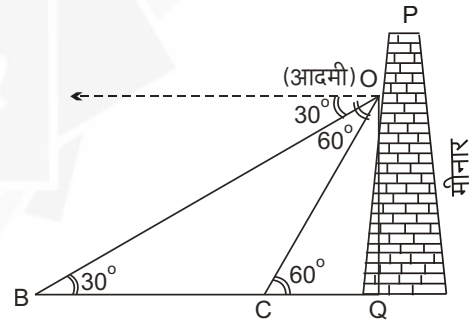
$$\begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{OQ}{CQ} \\ \therefore \sqrt{3} &= \frac{OQ}{CQ} \quad \Rightarrow \quad CQ = \frac{1}{\sqrt{3}} OQ \quad \dots(2) \end{aligned}$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\frac{BQ}{CQ} = \frac{\sqrt{3} OQ}{1/\sqrt{3} OQ} = 3 \quad \Rightarrow \quad BQ = 3 CQ$$

परन्तु

$$BQ = BC + CQ \quad \Rightarrow \quad 3 CQ = BC + CQ$$



10 गणित ■ कक्षा 10

$$\begin{aligned}
 \text{या} & \quad 2 CQ = BC \\
 \Rightarrow & \quad CQ = \frac{1}{2} BC \\
 \Rightarrow & \quad CQ \text{ दूरी चलने में लगने वाला समय} = \frac{1}{2} \times BC \text{ दूरी चलने में लगा समय} \\
 & \quad = \frac{1}{2} \times 6 \text{ सेकण्ड} = 3 \text{ सेकण्ड}
 \end{aligned}$$

अतः कार को मीनार के पाद तक पहुँचने में लगने वाला समय = 3 सेकण्ड।

प्रश्न 16. मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 4 मीटर और 9 मीटर की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है।

हल : मान लिया AB एक मीनार है जिसकी ऊँचाई h है। मीनार के आधार B के दोनों ओर B से क्रमशः 4 मीटर और 9 मीटर दूरियों पर दो बिन्दु Q और P स्थित हैं। यदि बिन्दु P से मीनार की चोटी का उन्नयन कोण θ हो तो Q से मीनार की चोटी का उन्नयन कोण θ का कोटिपूरक $(90^\circ - \theta)$ होगा।

\therefore समकोण त्रिभुज ABP में,

$$\tan \theta = \frac{AB}{PB} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{h}{9} \quad \dots(1)$$

तथा समकोण त्रिभुज ABQ में, $\tan (90^\circ - \theta) = \frac{AB}{BQ}$

$$\Rightarrow \tan (90^\circ - \theta) = \frac{h}{4} \quad (\because BQ = 4 \text{ मीटर})$$

$$\Rightarrow \cot \theta = \frac{h}{4}$$

समीकरण (1) व (2) की परस्पर गुणा करने पर,

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = \frac{h}{9} \times \frac{h}{4}$$

$$\Rightarrow \tan \theta \cdot \frac{1}{\tan \theta} = \frac{h^2}{36} \quad \text{या} \quad \frac{h^2}{36} = 1 \quad \left[\because \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} \right]$$

$$\Rightarrow h^2 = 36 \quad \text{या} \quad h = 6 \text{ मीटर।}$$

अतः मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है।

Proved.

