05 रैखिक असमिकाएँ (Linear Inequalities)

NCERT ZONE

NCERT पाठ्यपुस्तक के अभ्यास में दिए गए प्रश्न एवं उनके हल

प्रश्नावली | 5.1

प्रश्न 1. हल कीजिए : 24 x < 100, जब
(i) x एक प्राकृत संख्या है।
(ii) x एक पूर्णांक है।

हल : दी गई असमिका :

$$24x < 100$$

दोनों पक्षों में 24 से भाग देने पर,

$$\frac{24x}{24} < \frac{100}{24}$$

$$\Rightarrow \quad x < \frac{100}{24}$$

$$\Rightarrow \quad x < 4\frac{4}{24} \quad \text{या} \quad x < 4\frac{1}{6}$$

- **(i) यदि x एक प्राकृत संख्या है।**

$\because \quad x < 4\frac{1}{6}$ और $x \in N$

$\Rightarrow \quad x = 1, 2, 3, 4$

अत: दी गई असमिका का हल समुच्चय = **{1, 2, 3, 4}** **उत्तर**

- **(ii) यदि x एक पूर्णांक है**

$\because \quad x < 4\frac{1}{6}$ और x एक पूर्णांक है।

तब $x = ...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

अत: दी गई असमिका का हल समुच्चय

$= \{...........-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ **उत्तर**

प्रश्न 2. हल कीजिए : – 12 x > 30 जब
(i) x एक प्राकृत संख्या है।
(ii) x एक पूर्णांक है।

हल : दी गई असमिका : $-12x > 30$

दोनों पक्षों को -12 से भाग देने पर,

$$\frac{-12x}{-12} < \frac{30}{(-12)} \quad \text{या} \quad x < \frac{5}{-2}$$

$$\Rightarrow \quad x < -\frac{5}{2} \quad \text{या} \quad x < -2.5$$

- **(i) जब x एक प्राकृत संख्या है।**

$\because \quad x < -\frac{5}{2}$ अर्थात् x ऋणात्मक है।

तब कोई भी प्राकृत संख्या समीकरण को सन्तुष्ट नहीं करेगी।

अत: दी गई असमिका का कोई हल नहीं है। **उत्तर**

- **(ii) जब x एक पूर्णांक है।**

$\because \quad x < -\frac{5}{2}$

तब $x = -3, -4, -5, ...$

अत: दी गई असमिका का हल समुच्चय

$= \{.......... -5, -4, -3\}$ **उत्तर**

प्रश्न 3. हल कीजिए : 5x – 3 < 7, जब
(i) x एक पूर्णांक है।
(ii) x एक वास्तविक संख्या है।

हल : दी गई असमिका : $5x - 3 < 7$

दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर,

$$5x - 3 + 3 < 7 + 3$$

$$\text{या} \quad 5x < 10$$

दोनों पक्षों में 5 से भाग देने पर,

$$\frac{5x}{5} < \frac{10}{5} \quad \text{या} \quad x < 2$$

- **(i) जब x एक पूर्णांक है तो**

x के मान जो असमिका को सन्तुष्ट करते हैं

$= ......, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

अत: असमिका का हल समुच्चय

$= \{......., -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$ **उत्तर**

- **(ii) यहाँ x एक वास्तविक संख्या है तथा x < 2**

$\Rightarrow \quad x \in (-\infty, 2)$

अत: असमिका का हल समुच्चय = $(-\infty, 2)$ **उत्तर**

प्रश्न 4. हल कीजिए : 3x + 8 > 2 जब
(i) x एक पूर्णांक
(ii) x एक वास्तविक संख्या है।

हल : दी हुई असमिका : $3x + 8 > 2$

दोनों पक्षों में से 8 घटाने पर,

$$3x + 8 - 8 > 2 - 8$$

$$\text{या} \quad 3x > -6$$

दोनों पक्षों में 3 का भाग करने पर,

$$\frac{3x}{3} > -\frac{6}{3} \quad \Rightarrow \quad x > -2$$

- **(i) यहाँ x एक पूर्णांक है तथा x > – 2**

$\Rightarrow \quad x = -1, 0, 1, 2, 3, ...$

अत: समीकरण का हल समुच्चय

$= \{-1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ **उत्तर**

- **(ii) जब x एक वास्तविक संख्या है तथा $x > -2$**

$\Rightarrow$ $x \in (-2, \infty)$

अत: असमिका का हल समुच्चय = $(-2, \infty)$ **उत्तर**

- **निम्नलिखित असमिकाओं को वास्तविक संख्या x के लिए हल कीजिए :**

प्रश्न 5. $4x + 3x < 6x + 7$

हल : दी गई असमिका : $4x + 3 < 6x + 7$

चर x के पदों को बाईं ओर व शेष पदों को दाईं ओर लेकर सरल करने पर

$$4x - 6x < 7 - 3$$

$\Rightarrow$ $-2x < 4$

x के गुणांक -2 जोकि ऋणात्मक है से दोनों पक्षों में भाग देने पर

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{4}{-2} \quad \text{या} \quad x > -2$$

स्पष्ट है कि गुणांक -2, जिससे कि भाग दिया गया है, के ऋणात्मक होने के कारण असमिका चिन्ह को उलट दिया गया है।

अब $x > -2 \Rightarrow x (-2, \infty)$

अत: दी गई असमिका का हल समुच्चय $(-2, \infty)$ है, जिसे संख्या रेखा पर निम्नांकित चित्र में गहरी काली रेखा द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

उत्तर

प्रश्न 6. $3x - 7 > 5x - 1$

हल : दी गई असमिका :

$$3x - 7 > 5x - 1$$

दोनों पक्षों में 7 जोड़ने पर,

$$3x - 7 + 7 > 5x - 1 + 7$$

या $3x > 5x + 6$

दोनों पक्षों में $-5x$ जोड़ने पर,

$$3x - 5x > 5x + 6 - 5x$$

या $-2x > 6$

दोनों पक्षों में -2 से भाग करने पर,

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$$

या $x < -3$

$\Rightarrow$ $x \in (-\infty, -3)$

अत: दी गई असमिका का हल समुच्चय = $(-\infty, -3)$ **उत्तर**

प्रश्न 7. $3(x-1) \le 2(x-3)$

हल : दी गई असमिका :

$$3(x-1) \le 2(x-3)$$

$\Rightarrow$ $3x - 3 \le 2x - 6$

दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर,

$$3x - 3 + 3 \le 2x - 6 + 3$$

$\Rightarrow$ $3x \le 2x - 3$

दोनों पक्षों में से $2x$ घटाने पर,

$$3x - 2x \le 2x - 3 - 2x$$

$$x \le -3$$

$\Rightarrow$ $x \in (-\infty, -3]$

अत: असमिका का हल समुच्चय = $(-\infty, -3]$ **उत्तर**

प्रश्न 8. $3(2-x) \ge 2(1-x)$

हल : दी गई असमिका :

$$3(2-x) \ge 2(1-x)$$

$\Rightarrow$ $6 - 3x \ge 2 - 2x$

दोनों पक्षों में से 6 घटाने पर,

$$6 - 3x - 6 \ge 2 - 2x - 6$$

$\Rightarrow$ $-3x \ge -4 - 2x$

दोनों पक्षों में $2x$ जोड़ने पर,

$$-3x + 2x \ge -4 - 2x + 2x$$

$\Rightarrow$ $-x \ge -4$

दोनों पक्षों में -1 से गुणा करने पर,

$$x \le 4 \Rightarrow x \in (-\infty, 4]$$

अत: असमिका का हल समुच्चय = $(-\infty, 4]$ **उत्तर**

प्रश्न 9. $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$

हल : दी गई असमिका : $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$

दोनों पक्षों को हरों के L.C.M. = 6 से गुणा करने पर,

$$6x + 3x + 2x < 66$$

$\Rightarrow$ $11x < 66$

दोनों पक्षों को 11 से भाग देने पर,

$$\frac{11x}{11} < \frac{66}{11}$$

$$x < 6$$

$\Rightarrow$ $x \in (-\infty, 6)$

अत: असमिका का हल समुच्चय = $(-\infty, 6)$ **उत्तर**

प्रश्न 10. $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$

हल : दी गई असमिका : $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$

दोनों पक्षों को हरों के L.C.M. 6 से गुणा करने पर,

$$2x > 3x + 6$$

दोनों पक्षों में से $3x$ घटाने पर,

$$2x - 3x > 3x + 6 - 3x$$

$\Rightarrow$ $-x > 6$

दोनों पक्षों में -1 से गुणा करने पर,

$$x < -6$$

$\Rightarrow$ $x \in (-\infty, -6)$

अत: असमिका का हल समुच्चय = $(-\infty, -6)$ **उत्तर**

प्रश्न 11. $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$.

हल : दी हुई असमिका :

$$\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3x-6}{5} \leq \frac{10-5x}{3}$$

$$\Rightarrow 3(3x-6) \leq 5(10-5x)$$

$$\Rightarrow 9x-18 \leq 50-25x$$

$$\Rightarrow 9x+25x \leq 50+18$$

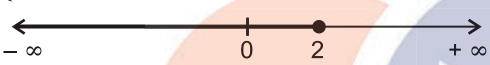
$$\Rightarrow 34x \leq 68$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{68}{34}$$

$$\Rightarrow x \leq 2$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, \ 2]$$

अत: दी हुई असमिका का हल समुच्चय $(-\infty, \ 2]$ है जिसे संख्या रेखा पर निम्नांकित चित्र में गहरा काला दर्शाया गया है :



उत्तर

प्रश्न 12. $\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{5}+4\right) \geq \frac{1}{3}(x-6)$

हल : दी गई असमिका : $\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{5}+4\right) \geq \frac{1}{3}(x-6)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{3x+20}{5}\right) \geq \frac{1}{3}(x-6)$$

$$\Rightarrow \frac{3x+20}{10} \geq \frac{x-6}{3}$$

दोनों पक्षों को 30 से गुणा करने पर,

$$30\left(\frac{3x+20}{10}\right) \geq 30\left(\frac{x-6}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 3(3x+20) \geq 10(x-6)$$

$$\Rightarrow 9x+60 \geq 10x-60$$

दोनों पक्षों में से 60 घटाने पर,

$$9x+60-60 \geq 10x-60-60$$

$$\Rightarrow 9x \geq 10x-120$$

दोनों पक्षों में $-10x$ जोड़ने पर,

$$9x+(-10x) \geq 10x-120+(-10x)$$

$$\Rightarrow -x \geq -120$$

दोनों पक्षों में – 1 से गुणा करने पर,

$$x \leq 120$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 120]$$

अत: असमिका हल का समुच्चय $= (-\infty, 120]$ **उत्तर**

प्रश्न 13. $2(2x+3)-10 < 6(x-2)$

हल : दी गई असमिका :

$$2(2x+3)-10 < 6(x-2)$$

$$4x+6-10 < 6x-12$$

$$\Rightarrow 4x-4 < 6x-12$$

दोनों पक्षों में 4 जोड़ने पर,

$$4x-4+4 < 6x-12+4$$

$$\Rightarrow 4x < 6x-8$$

दोनों पक्षों में से $6x$ घटाने पर,

$$4x-6x < 6x-8-6x$$

$$\Rightarrow -2x < -8$$

दोनों पक्षों में – 2 से भाग देने पर,

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-8}{-2} \quad \Rightarrow \quad x > 4$$

$$\Rightarrow x \in (4, \infty)$$

अत: असमिका का हल समुच्चय $= (4, \infty)$ **उत्तर**

प्रश्न 14. $37-(3x+5) \geq 9x-8(x-3)$

हल : दी गई असमिका :

$$37-(3x+5) \geq 9x-8(x-3)$$

$$\Rightarrow 37-3x-5 \geq 9x-8x+24$$

$$\Rightarrow 32-3x \geq x+24$$

दोनों पक्षों में से 32 घटाने पर,

$$32-3x-32 \geq x+24-32$$

$$\Rightarrow -3x \geq x-8$$

दोनों पक्षों में से x घटाने पर,

$$-3x-x \geq x-8-x$$

$$\Rightarrow -4x \geq -8$$

दोनों पक्षों में -4 से भाग देने पर,

$$\frac{-4x}{-4} \leq \frac{-8}{-4}$$

$$\Rightarrow x \leq 2$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 2]$$

अत: असमिका का हल समुच्चय $= (-\infty, 2]$ **उत्तर**

प्रश्न 15. $\frac{x}{4} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$

हल : दी हुई असमिका :

$$\frac{x}{4} < \frac{5x-2}{3} - \frac{7x-3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} < \frac{5(5x-2)-3(7x-3)}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} < \frac{25x-10-21x+9}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} < \frac{4x-1}{15}$$

$$\Rightarrow 15x < 4(4x-1)$$

$$\Rightarrow 15x < 16x-4$$

$\Rightarrow \quad 15x - 16x < -4$

$\Rightarrow \quad -x < -4$

$\Rightarrow \quad x > 4 \quad \Rightarrow \quad x \in (4, \infty)$

अत: दी हुई असमिका का हल समुच्चय $(4, \infty)$ है। **उत्तर**

प्रश्न 16. $\dfrac{(2x-1)}{3} \geq \dfrac{(3x-2)}{4} - \dfrac{(2-x)}{5}$

हल : दी हुई असमिका :

$$\frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4} - \frac{2-x}{5}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2x-1}{3} \geq \frac{5(3x-2)-4(2-x)}{20}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2x-1}{3} \geq \frac{15x-10-8+4x}{20}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2x-1}{3} \geq \frac{19x-18}{20}$$

$\Rightarrow \quad 20(2x-1) \geq 3(19x-18)$

$\Rightarrow \quad 40x - 20 \geq 57x - 54$

$\Rightarrow \quad 40x - 57x \geq -54 + 20$

$\Rightarrow \quad -17x \geq -34$

$\Rightarrow \quad 17x \leq 34$

$\Rightarrow \quad x \leq \dfrac{34}{17} \quad \Rightarrow \quad x \leq 2$

$\Rightarrow \quad x \in (-\infty, 2]$

अत: दी हुई असमिका का हल समुच्चय $(-\infty, 2]$ है। **उत्तर**

- **दी गई असमिकाओं का हल ज्ञात कीजिए तथा उन्हें संख्या रेखा पर आलेखित कीजिए।**

प्रश्न 17. $3x - 2 < 2x + 1$

हल : दी गई असमिका :

$$3x - 2 < 2x + 1$$

दोनों पक्षों में से $2x$ घटाने पर,

$$3x - 2 - 2x < 2x + 1 - 2x$$

$\Rightarrow \quad x - 2 < 1$

दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर,

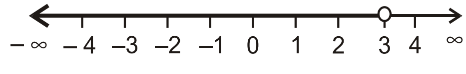
$$x - 2 + 2 < 1 + 2$$

$\Rightarrow \quad x < 3$

$\Rightarrow \quad x \in (-\infty, 3)$

अत: असमिका का हल समुच्चय $= (-\infty, 3)$

(संख्या रेखा पर हल का आलेख)



उत्तर

प्रश्न 18. $5x - 3 \geq 3x - 5$ **[2019, 20]**

हल : दी गई असमिका :

$$5x - 3 \geq 3x - 5$$

दोनों पक्षों में से $3x$ घटाने पर,

$$5x - 3 - 3x \geq 3x - 5 - 3x$$

$\Rightarrow \quad 2x - 3 \geq -5$

दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर,

$$2x - 3 + 3 \geq -5 + 3$$

$\Rightarrow \quad 2x \geq -2$

दोनों पक्षों में 2 से भाग देने पर,

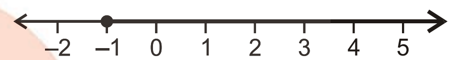
$$\frac{2x}{2} \geq \frac{-2}{2}$$

$$x \geq -1$$

$$x \in [-1, \infty)$$

अत: असमिका का हल समुच्चय $= [-1, \infty)$

(संख्या रेखा पर हल का आलेख)



उत्तर

प्रश्न 19. $3(1-x) < 2(x+4)$

हल : दी गई असमिका :

$$3(1-x) < 2(x+4)$$

$\Rightarrow \quad 3 - 3x < 2x + 8$

दोनों पक्षों में से $2x$ घटाने पर,

$$3 - 3x - 2x < 2x + 8 - 2x$$

$\Rightarrow \quad 3 - 5x < 8$

दोनों पक्षों में से 3 घटाने पर,

$$3 - 5x - 3 < 8 - 3$$

$\Rightarrow \quad -5x < 5$

दोनों पक्षों में -5 से भाग करने पर,

$$\frac{-5x}{-5} > \frac{5}{-5}$$

$\Rightarrow \quad x > -1$

$\Rightarrow \quad x \in (-1, \infty)$

अत: असमिका का हल समुच्चय $= (-1, \infty)$

(असमिका के हल का आलेख)

उत्तर

प्रश्न 20. $\dfrac{x}{2} < \dfrac{(5x-2)}{3} - \dfrac{(7x-3)}{5}$

हल : दी गई असमिका :

$$\frac{x}{2} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2} < \frac{5(5x-2)-3(7x-3)}{15}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2} < \frac{25x-10-21x+9}{15}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2} < \frac{4x-1}{15}$$

दोनों पक्षों को 30 से गुणा करने पर,

$$30 \times \frac{x}{2} < \frac{30(4x-1)}{15}$$

$\Rightarrow \quad 15x < 2(4x - 1)$

$\Rightarrow \quad 15x < 8x - 2$

दोनों पक्षों में से $8x$ घटाने पर,

$$15x - 8x < 8x - 2 - 8x$$

$\Rightarrow \quad 7x < -2$

$$\frac{7x}{7} < \frac{-2}{7}$$

दोनों पक्षों को 7 से भाग देने पर,

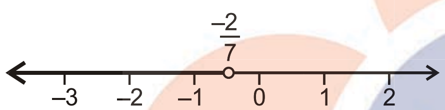
$$x < -\frac{2}{7}$$

$\therefore \quad -\frac{2}{7}$ से छोटी सभी वास्तविक संख्याएँ असमिका का हल हैं।

$\Rightarrow \quad x \in \left(-\infty, -\frac{2}{7}\right)$

अत: असमिका का हल समुच्चय $= \left(-\infty, -\frac{2}{7}\right)$

(असमिका के हल का आलेख)



उत्तर

प्रश्न 21. रवि ने पहली दो एकक परीक्षा में 70 और 75 अंक प्राप्त किए हैं। वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए, जिसे वह तीसरी एकक परीक्षा में पाकर 60 अंक का न्यूनतम औसत प्राप्त कर सके।

हल : माना तीसरी एकक परीक्षा में रवि x अंक प्राप्त करता है।

तब, $\quad \frac{70 + 75 + x}{3} \geq 60$

$\Rightarrow \quad \frac{145 + x}{3} \geq 60$

$\Rightarrow \quad 145 + x \geq 180$

$\Rightarrow \quad x \geq 180 - 145$

$\Rightarrow \quad x \geq 35$

अत: अभीष्ट न्यूनतम अंक 35 हैं। **उत्तर**

प्रश्न 22. किसी पाठ्यक्रम में ग्रेड 'A' पाने के लिए व्यक्ति को सभी पाँच परीक्षाओं (प्रत्येक 100 में से) में 90 अंक या अधिक अंक का औसत प्राप्त करना चाहिए। यदि सुनीता के प्रथम चार परीक्षाओं के प्राप्तांक 87, 92, 94 और 95 हों तो वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए जिसे पाँचवीं परीक्षा में प्राप्त करके सुनीता उस पाठ्यक्रम में ग्रेड 'A' पाएगी।

हल : माना 'A' ग्रेड प्राप्त करने के लिए सुनीता को पाँचवीं परीक्षा में न्यूनतम x अंक प्राप्त करना चाहिए

तब प्राप्तांकों का औसत $= \frac{87 + 92 + 94 + 95 + x}{5}$

$$= \frac{368 + x}{5}$$

परन्तु प्रश्न के अनुसार 'A' ग्रेड पाने के लिए औसत 90 अंक या इससे अधिक होना चाहिए।

$\therefore \quad \frac{368 + x}{5} \geq 90$

$\Rightarrow \quad 368 + x \geq 450$

दोनों पक्षों में से 368 घटाने पर,

$$368 + x - 368 \geq 450 - 368$$

$\Rightarrow \quad x \geq 82$

$\because \quad x$ का मान 82 अथवा 82 से अधिक है।

अत: सुनीता को 'A' ग्रेड पाने के लिए पाँचवीं परीक्षा में न्यूनतम 82 अंक अथवा 82 से अधिक अंक प्राप्त करना चाहिए। **उत्तर**

प्रश्न 23. 10 से कम क्रमागत विषम संख्याओं के ऐसे युग्म ज्ञात कीजिए जिनके योगफल 11 से अधिक हों।

हल : माना दो क्रमागत विषम संख्याएँ x तथा $(x + 2)$ हैं।

दिया है कि दोनों विषम संख्याएँ 10 से कम हैं तथा उनका योगफल 11 से अधिक है।

$\therefore \quad x + 2 < 10$ तथा $x + (x + 2) > 11$ **[Note]**

$\Rightarrow \quad x < 8$ तथा $2x + 2 > 11$

$\Rightarrow \quad x < 8$ तथा $2x > 9$

$\Rightarrow \quad x < 8$ तथा $x > \frac{9}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{9}{2} < x < 8 \quad \Rightarrow \quad 4.5 < x < 8$

परन्तु x एक विषम संख्या है। इसलिए $x = 5, \ 7$

अत: अभीष्ट युग्म (5, 7) तथा (7, 9) हैं। **उत्तर**

प्रश्न 24. क्रमागत सम संख्याओं के ऐसे युग्म ज्ञात कीजिए, जिनमें से प्रत्येक 5 से बड़े हों तथा उनका योगफल 23 से कम हो।

हल : माना दो क्रमागत सम संख्याएँ x तथा $(x + 2)$ हैं।

दिया है कि दोनों सम संख्याएँ 5 से बड़ी हैं तथा उनका योगफल 23 से कम है।

$\therefore \quad x > 5$ तथा $x + (x + 2) < 23$ **[Note]**

$\Rightarrow \quad x > 5$ तथा $2x + 2 < 23$

$\Rightarrow \quad x > 5$ तथा $2x < 21$

$\Rightarrow \quad x > 5$ तथा $x < \frac{21}{2}$

$\Rightarrow \quad 5 < x < \frac{21}{2} \quad \Rightarrow \quad 5 < x < 10.5$

परन्तु x एक सम संख्या है। इसलिए $x = 6, \ 8, \ 10$

अत: अभीष्ट युग्म (6, 8), (8, 10) तथा (10, 12) हैं। **उत्तर**

प्रश्न 25. एक त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा सबसे छोटी भुजा की तीन गुनी है तथा त्रिभुज की तीसरी भुजा सबसे बड़ी भुजा से 2 सेमी कम है। तीसरी भुजा की न्यूनतम लम्बाई ज्ञात कीजिए जबकि त्रिभुज का परिमाप न्यूनतम 61 सेमी है।

हल : माना त्रिभुज की सबसे छोटी भुजा की लम्बाई x सेमी है।

$\because$ प्रश्नानुसार, त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई

$= 3\times$ छोटी भुजा की लम्बाई $= 3x$ सेमी

तब, त्रिभुज की तीसरी भुजा की लम्बाई

= सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई -2

$= (3x-2)$ सेमी

इस प्रकार, त्रिभुज की भुजाएँ $3x, (3x-2)$ तथा x हैं।

$\therefore$ त्रिभुज का परिमाप $= 3x+(3x-2)+x$

$= (7x-2)$ सेमी

पुन: प्रश्नानुसार, परिमाप न्यूनतम 61 सेमी है।

अर्थात् परिमाप 61 या इससे अधिक है।

तब, $7x-2\geq 61$

$\Rightarrow$ $7x\geq 63$ (दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर)

$\Rightarrow$ $x\geq 9$

(दोनों पक्षों में 9 से भाग देने पर)

अत: तीसरी भुजा की न्यूनतम लम्बाई 9 सेमी होगी।

उत्तर

प्रश्न 26. एक व्यक्ति 91 सेमी लम्बे बोर्ड में से तीन लम्बाइयाँ काटना चाहता है। दूसरी लम्बाई सबसे छोटी लम्बाई से 3 सेमी अधिक ओर तीसरी लम्बाई सबसे छोटी लम्बाई की दूनी है। सबसे छोटे बोर्ड की सम्भावित लम्बाइयाँ क्या हैं, यदि तीसरा टुकड़ा दूसरे टुकड़े से कम-से-कम 5 सेमी अधिक लम्बा हो?

हल : माना काटे गए बोर्डों में सबसे छोटे बोर्ड की लम्बाई x सेमी है।

$\because$ दूसरे बोर्ड की लम्बाई

= सबसे छोटे बोर्ड की लम्बाई $+3$

$\Rightarrow$ दूसरे बोर्ड की लम्बाई $= (x+3)$ सेमी

और तीसरे बोर्ड की लम्बाई

$= 2\times$ सबसे छोटे बोर्ड की लम्बाई

$\Rightarrow$ तीसरे बोर्ड की लम्बाई $= 2x$ सेमी

तब बोर्ड की आवश्यक लम्बाई

$= x+(x+3)+2x = 4x+3$ सेमी

$\because$ ये तीनों बोर्ड, दिए गए बोर्ड जिसकी लम्बाई 91 सेमी है से काटे जाते हैं, अत: स्पष्ट है कि

$$4x+3\leq 91$$

दोनों पक्षों में से 3 घटाने पर,

$$4x+3-3\leq 91-3$$

$\Rightarrow$ $4x\leq 88$

दोनों पक्षों में 4 से भाग देने पर,

$$\frac{4x}{4}\leq\frac{88}{4}$$

$\Rightarrow$ $x\leq 22$ सेमी

परन्तु प्रश्न में दिया है कि तीसरे बोर्ड की लम्बाई दूसरे बोर्ड की लम्बाई से कम-से-कम 5 सेमी अधिक है।

$\therefore$ $2x-(x+3)\geq 5$

$\Rightarrow$ $2x-x-3\geq 5$

$\Rightarrow$ $x-3\geq 5$

दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर,

$$x-3+3\geq 5+3$$

$\Rightarrow$ $x\geq 8$ सेमी

$\because$ $x\geq 8$ और $x\leq 22\Rightarrow 8\leq x\leq 22$ जिसका अभिप्राय है कि x का मान 8 के बराबर या 8 से अधिक है और 22 के बराबर या 22 से कम है।

अत: सबसे छोटी भुजा की सम्भावित लम्बाई 8 सेमी और उससे अधिक तथा 22 सेमी और उससे कम होगी। **उत्तर**

? विविध प्रश्नावली

- **निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए :**

प्रश्न 1. $2\leq 3x-4\leq 5$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$2\leq 3x-4\leq 5$$

$\Rightarrow$ $2+4\leq 3x-4+4\leq 5+4$ (4 जोड़ने पर)

$\Rightarrow$ $6\leq 3x\leq 9$

$\Rightarrow$ $\frac{6}{3}\leq\frac{3x}{3}\leq\frac{9}{3}$

(3 से भाग करने पर)

$\Rightarrow$ $2\leq x\leq 3$

$\Rightarrow$ $x\in[2, 3]$

अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय [2, 3] है। **उत्तर**

प्रश्न 2. $6\leq -3(2x-4)<12$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$6\leq -3(2x-4)<12$$

$\Rightarrow$ $6\leq -6x+12<12$

$\Rightarrow$ $6-12\leq -6x+12-12<12-12$

$\Rightarrow$ $-6\leq -6x<0$

$\Rightarrow$ $\frac{-6}{-6}\geq\frac{-6x}{-6}>\frac{0}{-6}$

$\Rightarrow \quad 1 \geq x > 0$

$\Rightarrow \quad 0 < x \leq 1$

$\Rightarrow \quad x \in (0, \ 1]$

अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय (0, 1] है। **उत्तर**

प्रश्न 3. $-3 \leq 4 - \dfrac{7x}{2} \leq 18$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$-3 \leq 4 - \frac{7x}{2} \leq 18$$

$\Rightarrow \quad -3 - 4 \leq 4 - \dfrac{7x}{2} - 4 \leq 18 - 4$

(4 घटाने पर)

$\Rightarrow \quad -7 \leq -\dfrac{7x}{2} \leq 14$

$\Rightarrow \quad -7 \times \dfrac{-2}{7} \geq -\dfrac{7x}{2} \times \dfrac{-2}{7} \geq 14 \times \dfrac{-2}{7}$ **[Note]**

$\left(\dfrac{-2}{7} \text{ से गुणा करने पर}\right)$

$\Rightarrow \quad 2 \geq x \geq -4$

$\Rightarrow \quad -4 \leq x \leq 2 \quad \Rightarrow \quad x \in [-4, \ 2]$

अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय [− 4, 2] है। **उत्तर**

प्रश्न 4. $-15 < \dfrac{3(x-2)}{5} \leq 0$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$-15 < \frac{3(x-2)}{5} \leq 0$$

$\Rightarrow \quad -15 \times \dfrac{5}{3} < \dfrac{3(x-2)}{5} \times \dfrac{5}{3} \leq 0 \times \dfrac{5}{3}$

$\left(\dfrac{5}{3} \text{ से गुणा करने पर}\right)$

$\Rightarrow \quad -25 < x - 2 \leq 0$

$\Rightarrow \quad -25 + 2 < x - 2 + 2 \leq 0 + 2$ (2 जोड़ने पर)

$\Rightarrow \quad -23 < x \leq 2 \quad \Rightarrow \quad x \in (-23, \ 2]$

अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय (− 23, 2] है। **उत्तर**

प्रश्न 5. $-12 < 4 - \dfrac{3x}{-5} \leq 2$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$-12 \leq 4 - \frac{3x}{-5} \leq 2$$

$\Rightarrow \quad -12 \leq 4 + \dfrac{3x}{5} \leq 2$

$\Rightarrow \quad -12 - 4 \leq 4 + \dfrac{3x}{5} - 4 \leq 2 - 4$ (4 घटाने पर)

$\Rightarrow \quad -16 \leq \dfrac{3x}{5} \leq -2$

$\Rightarrow \quad -16 \times \dfrac{5}{3} \leq \dfrac{3x}{5} \times \dfrac{5}{3} \leq -2 \times \dfrac{5}{3}$

$\left(\dfrac{5}{3} \text{ से गुणा करने पर}\right)$

$\Rightarrow \quad \dfrac{-80}{3} \leq x \leq \dfrac{-10}{3}$

$\Rightarrow \quad x \in \left[\dfrac{-80}{3}, \ \dfrac{-10}{3}\right]$

अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय $\left[\dfrac{-80}{3}, \ \dfrac{-10}{3}\right]$ है। **उत्तर**

प्रश्न 6. $7 \leq \dfrac{3x + 11}{2} \leq 11$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$7 \leq \frac{3x + 11}{2} \leq 11$$

$\Rightarrow \quad 7 \times 2 \leq \dfrac{3x + 11}{2} \times 2 \leq 11 \times 2$

(2 से गुणा करने पर)

$\Rightarrow \quad 14 \leq 3x + 11 \leq 22$

$\Rightarrow \quad 14 - 11 \leq 3x + 11 - 11 \leq 22 - 11$

(11 घटाने पर)

$\Rightarrow \quad 3 \leq 3x \leq 11$

$\Rightarrow \quad \dfrac{3}{3} \leq \dfrac{3x}{3} \leq \dfrac{11}{3}$ (3 से भाग करने पर)

$\Rightarrow \quad 1 \leq x \leq \dfrac{11}{3} \quad \Rightarrow \quad x \in \left[1, \ \dfrac{11}{3}\right]$

अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय $\left[1, \ \dfrac{11}{3}\right]$ है। **उत्तर**

प्रश्न 7. $5x + 1 > -24, \ 5x - 1 < 24$

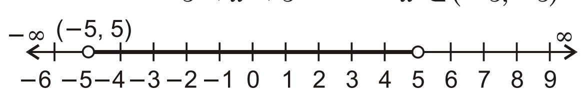
हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$\Rightarrow \quad 5x + 1 > -24, \quad 5x - 1 < 24$

$\Rightarrow \quad 5x > -25, \quad 5x < 25$

$\Rightarrow \quad x > -5, \quad x < 5$

$\Rightarrow \quad -5 < x < 5 \quad \Rightarrow \quad x \in (-5, \ 5)$



अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय (− 5, 5) है। **उत्तर**

प्रश्न 8. $2(x - 1) < x + 5, \ 3(x + 2) > 2 - x$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$$2(x - 1) < x + 5 \quad ...(1)$$

$$3(x + 2) > 2 - x \quad ...(2)$$

असमिका (1) से : $2x - 2 < x + 5$

या $2x - x < 5 + 2$

या $\mathbf{x < 7}$

असमिका (2) से : $3x + 6 > 2 - x$

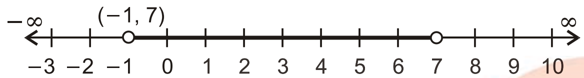
या $3x + x > 2 - 6$

या $4x > -4$

या $\mathbf{x > -1}$

अब, $x < 7$ तथा $x > -1$

$\Rightarrow$ $-1 < x < 7$ $\Rightarrow$ $x \in (-1, 7)$



अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय $(-1, 7)$ है। **उत्तर**

प्रश्न 9. $3x - 7 > 2(x - 6)$, $6 - x > 11 - 2x$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

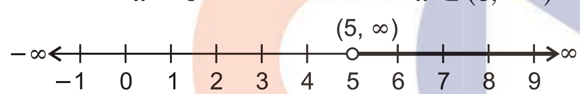
$3x - 7 > 2(x - 6)$, $6 - x > 11 - 2x$

$\Rightarrow$ $3x - 7 > 2x - 12$, $6 - x > 11 - 2x$

$\Rightarrow$ $3x - 2x > -12 + 7$, $2x - x > 11 - 6$

$\Rightarrow$ $x > -5$, $x > 5$

$\Rightarrow$ $x > 5$ $\Rightarrow$ $x \in (5, \infty)$



अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय $(5, \infty)$ है। **उत्तर**

प्रश्न 10. $5(2x - 7) - 3(2x + 3) \leq 0$, $2x + 19 \leq 6x + 47$

हल : दिया हुआ असमिका निकाय :

$5(2x - 7) - 3(2x + 3) \leq 0$,

$2x + 19 \leq 6x + 47$

$\Rightarrow$ $10x - 35 - 6x - 9 \leq 0$,

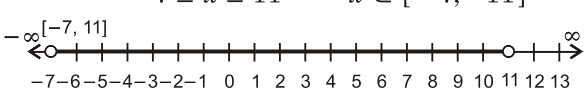
$19 - 47 \leq 6x - 2x$

$\Rightarrow$ $4x - 44 \leq 0$, $-28 \leq 4x$

$\Rightarrow$ $4x \leq 44$, $4x \geq -28$

$x \leq 11$, $x \geq -7$

$\Rightarrow$ $-7 \leq x \leq 11$ $\Rightarrow$ $x \in [-7, 11]$



अत: दिए हुए असमिका निकाय का हल समुच्चय $[-7, 11]$ है। **उत्तर**

प्रश्न 11. एक विलयन को 68°F और 77°F के मध्य रखना है। सेल्सियस पैमाने पर विलयन के तापमान का परिसर ज्ञात कीजिए, जहाँ सेल्सियस फारेनहाइट परिवर्तन सूत्र $F = 9/5\,C + 32$ है।

हल : फारेनहाइट पैमाने से सेल्सियस पैमाने का परिवर्तन सूत्र

$$\frac{9}{5}C + 32 = F \quad ...(1)$$

प्रश्नानुसार फारेनहाइट पैमाने पर ताप परिसर 68°F से 77°F है,

अर्थात $68 < F < 77$

$\Rightarrow$ $68 < \frac{9}{5}C + 32 < 77$ [समीकरण (1) से]

तीनों पक्षों से 32 घटाने पर

$$68 - 32 < \frac{9}{5}C < 77 - 32$$

$\Rightarrow$ $36 < \frac{9}{5}C < 45$

$\frac{5}{9}$ से गुणा करने पर

$$36 \times \frac{5}{9} < \frac{9}{5}C \times \frac{5}{9} < 45 \times \frac{5}{9}$$

$\Rightarrow$ $20 < C < 25$

अत: **सेल्सियस पैमाने पर विलयन के तापमान का परिसर 20°C और 25°C के बीच होगा।** **उत्तर**

प्रश्न 12. 8% बोरिक एसिड के विलयन में 2% बोरिक एसिड का विलयन तनु (dilute) किया जाता है। परिणामी मिश्रण में बोरिक एसिड 4% से अधिक तथा 6% से कम होना चाहिए। यदि हमारे पास 8% विलयन की मात्रा 640 लीटर हो तो ज्ञात कीजिए कि 2% विलयन के कितने लीटर इसमें मिलाने होंगे?

हल : माना कि दिए गए विलयन में 2% विलयन के x लीटर मिलाने पर अभीष्ट विलयन प्राप्त होता है।

तब सम्पूर्ण विलयन का आयतन $(640 + x)$ लीटर होगा।

तब प्रश्नानुसार,

अब इस विलयन में बोरिक ऐसिड की मात्रा

= 640 लीटर की 8% + x लीटर की 2%

$$= \frac{8}{100} \times 640 + \frac{2}{100} \times x$$

$\therefore$ सम्पूर्ण विलयन $(640 + x)$ में बोरिक एसिड की प्रतिशतता

$$= \left(\frac{8}{100} \times 640 + \frac{2}{100} \times x\right) \times \frac{100}{(640 + x)}$$

प्रश्नानुसार,

$$4\% < \left(\frac{8}{100} \times 640 + \frac{2x}{100}\right) \times \frac{100}{(640 + x)} < 6\%$$

$\Rightarrow$ $4 < (8 \times 640 + 2x)\frac{1}{100} \times \frac{100}{(640 + x)} < 6$

$\Rightarrow$ $4 < (5120 + 2x) \times \frac{1}{640 + x} < 6$

$(640 + x)$ से गुणा करने पर,*

$$4 \times (640 + x) < 5120 + 2x < 6(640 + x)$$

$\Rightarrow \quad 2560 + 4x < 5120 + 2x < 3840 + 6x$

$\Rightarrow \quad 2560 + 4x < 5120 + 2x \quad ...(1)$

तथा $\quad 5120 + 2x < 3840 + 6x \quad ...(2)$

असमिका (1) से,

$$4x - 2x < 5120 - 2560$$

$\Rightarrow \quad 2x < 2560$

$\Rightarrow \quad x < \frac{2560}{2}$

या $\quad x < 1280 \quad ...(3)$

तथा असमिका (3) से,

$$5120 + 2x < 3840 + 6x$$

$\Rightarrow \quad 5120 - 3840 < 6x - 2x$

$\Rightarrow \quad 1280 < 4x$

$\Rightarrow \quad \frac{1280}{4} < x$ या $320 < x \quad ...(4)$

अत: $\quad 320 < x < 1280$

अत: मिलाए गए विलयन की मात्रा 320 लीटर और 1280 लीटर के बीच होनी चाहिए। **उत्तर**

प्रश्न 13. 45% अम्ल के 1125 लीटर विलयन में कितना पानी मिलाया जाए कि परिणामी मिश्रण में अम्ल 25% से अधिक परन्तु 30% से कम हो जाए?

हल : माना x लीटर पानी मिलाने पर मिश्रण में अम्ल की मात्रा 25% से अधिक परन्तु 30% से कम रहती है।

इस प्रकार बने विलयन का आयतन

$= (1125 + x)$ लीटर

इस विलयन में अम्ल की मात्रा

$= 1125$ लीटर का 45% $+ x$ लीटर जल का 0%

$$= \frac{1125}{100} \times 45$$

$\therefore$ कुल विलयन $(1125 + x)$ लीटर में अम्ल की प्रतिशतता

$$= \frac{1125 \times 45}{100} \times \frac{100}{(1125 + x)}$$

$$= \frac{1125 \times 45}{1125 + x}$$

प्रश्नानुसार, $\quad 25 < \frac{1125 \times 45}{(1125 + x)} < 30$

$$25(1125 + x) < 1125 \times 45 < 30(1125 + x)$$

प्रथम दो पदों से,

$$25(1125 + x) < 1125 \times 45$$

25 से भाग देने पर,

$1125 + x < 45 \times 45 \quad ...(1)$

तथा अन्तिम दो पदों से,

$$1125 \times 45 < 30(1125 + x)$$

15 से भाग देने पर,

$3375 < 2250 + 2x \quad ...(2)$

असमिका (2) से,

$$3375 - 2250 < 2x$$

$\Rightarrow \quad 1125 < 2x$

$\Rightarrow \quad \frac{1125}{2} < x$

$\Rightarrow \quad 562.5 < x \quad ...(3)$

असमिका (1) से,

$$x < 45 \times 45 - 1125$$

$\Rightarrow \quad x < 2025 - 1125$

$\Rightarrow \quad x < 900 \quad ...(4)$

$\Rightarrow \quad 562.5 < x < 900$

अर्थात् मिलाए गए जल की मात्रा 562.5 लीटर से 900 लीटर के बीच होनी चाहिए। **उत्तर**

प्रश्न 14. एक व्यक्ति के बौद्धिक लब्धि (IQ) मापन का सूत्र निम्नलिखित है :

$$\mathbf{IQ = \frac{MA}{CA} \times 100}$$

जहाँ MA मानसिक आयु और CA कालानुक्रमी आयु है। यदि 12 वर्ष की आयु के बच्चों के एक समूह की IQ, असमिका $80 \le IQ \le 140$ द्वारा व्यक्त हो तो उस समूह के बच्चों की मानसिक आयु का परिसर ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है कि $CA = 12$ वर्ष

$\therefore \quad IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$

$\Rightarrow \quad IQ = \frac{MA}{12} \times 100 = \frac{25}{3} MA$

अब, $\quad 80 \le IQ \le 140$

$\Rightarrow \quad 80 \le \frac{25}{3} MA \le 140$

$\Rightarrow \quad 240 \le 25 MA \le 420$

$\Rightarrow \quad \frac{240}{25} \le MA \le \frac{420}{25}$

$\Rightarrow \quad 9.6 \le MA \le 16.8$ **उत्तर**

❒

---

* यद्यपि x अज्ञात राशि है, परन्तु मिलाए गए विलयन की मात्रा x ऋणात्मक नहीं हो सकती। अत: $(640 + x)$ भी धनात्मक है। अत: $(640 + x)$ से गुणा करने पर असमिका चिह्न अपरिवर्तित रहेगा।