

NCERT ZONE

NCERT पाठ्यपुस्तक के अभ्यास में दिए गए प्रश्न एवं उनके हल

प्रश्नावली 7.1

- प्रश्न 1 से 5 तक प्रत्येक व्यंजक का प्रसार ज्ञात कीजिए :

प्रश्न 1. $(1 - 2x)^5$

हल : $(1 - 2x)^5 = 1 - {}^5C_1 \cdot 2x$
 $+ {}^5C_2 (2x)^2 - {}^5C_3 (2x)^3 + {}^5C_4 (2x)^4$
 $- {}^5C_5 (2x)^5$
 $= 1 - 5 \cdot 2x + 10 \cdot (4x^2) - 10 \cdot (8x^3)$
 $+ 5 \cdot (16x^4) - 32x^5$
 $= 1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 + 80x^4 - 32x^5$ **उत्तर**

प्रश्न 2. $\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right)^5$

हल : $\left[\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right]^5 = \left[\frac{2}{x}\right]^5 - {}^5C_1 \times \left[\frac{2}{x}\right]^4 \left[\frac{x}{2}\right]$
 $+ {}^5C_2 \times \left[\frac{2}{x}\right]^3 \left[\frac{x}{2}\right]^2 - {}^5C_3 \times \left[\frac{2}{x}\right]^2 \left[\frac{x}{2}\right]^3$
 $+ {}^5C_4 \times \left[\frac{2}{x}\right] \left[\frac{x}{2}\right]^4 - \left[\frac{x}{2}\right]^5$
 $= \frac{32}{x^5} - 5 \times \frac{16}{x^4} \times \frac{x}{2} + 10 \times \frac{8}{x^3} \times \frac{x^2}{4}$
 $- 10 \times \frac{4}{x^2} \times \frac{x^3}{8} + 5 \times \frac{2}{x} \times \frac{x^4}{16} - \frac{x^5}{32}$
 $= \frac{32}{x^5} - \frac{40}{x^3} + \frac{20}{x} - 5x + \frac{5x^3}{8} - \frac{x^5}{32}$ **उत्तर**

प्रश्न 3. $(2x - 3)^6$

हल : $(2x - 3)^6 = (2x)^6 - {}^6C_1 (2x)^5 \cdot 3$
 $+ {}^6C_2 (2x)^4 \cdot 3^2 - {}^6C_3 (2x)^3 \cdot 3^3$
 $+ {}^6C_4 (2x)^2 \cdot 3^4 - {}^6C_5 (2x) \cdot 3^5 + 3^6$
 $= 2^6 \cdot x^6 - 6 \cdot 2^5 \cdot x^5 \cdot 3 + 15 \cdot 2^4 \cdot x^4 \cdot 9$
 $- 20 \cdot 2^3 \cdot x^3 \cdot 27 + 15 \cdot 2^2 \cdot x^2 \cdot 81$
 $- 6 \cdot 2x \cdot 243 + 729$
 $= 64x^6 - 576x^5 + 2160x^4 - 4320x^3$
 $+ 4860x^2 - 2916x + 729$ **उत्तर**

प्रश्न 4. $\left[\frac{x}{3} + \frac{1}{x}\right]^5$

हल : द्विपद प्रमेय के प्रयोग से,

$$\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{x}\right)^5 = {}^5C_0 \left(\frac{x}{3}\right)^5 + {}^5C_1 \left(\frac{x}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$+ {}^5C_2 \left(\frac{x}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}^5C_3 \left(\frac{x}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$+ {}^5C_4 \left(\frac{x}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{x}\right)^4 + {}^5C_5 \left(\frac{1}{x}\right)^5$$

$$= \frac{x^5}{3^5} + 5 \cdot \frac{x^4}{3^4} \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{x^3}{3^3} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$+ 10 \cdot \frac{x^2}{3^2} \cdot \frac{1}{x^3} + 5 \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5}$$

$$= \frac{x^5}{243} + \frac{5x^3}{81} + \frac{10x}{27} + \frac{10}{9x} + \frac{5}{3x^3} + \frac{1}{x^5}$$
 उत्तर

प्रश्न 5. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$

हल : $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 = x^6 + {}^6C_1 x^5 \cdot \frac{1}{x}$
 $+ {}^6C_2 x^4 \cdot \frac{1}{x^2} + {}^6C_3 x^3 \cdot \frac{1}{x^3}$
 $+ {}^6C_4 x^2 \cdot \frac{1}{x^4} + {}^6C_5 x \cdot \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^6}$
 $= x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 20 + \frac{15}{x^2} + \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^6}$ **उत्तर**

- द्विपद प्रमेय का प्रयोग करके निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

प्रश्न 6. $(96)^3$

हल : $(96)^3 = (100 - 4)^3$
 $= (100)^3 - {}^3C_1 (100)^2 \cdot 4$
 $+ {}^3C_2 100 \cdot 4^2 - {}^3C_3 4^3$ (द्विपद प्रमेय से)
 $= 1000000 - 3 \cdot 10000 \cdot 4 + 3 \cdot 100 \cdot 16 - 64$
 $= 1000000 - 120000 + 4800 - 64$
 $= 1004800 - 120064 = 884736$ **उत्तर**

2 | गणित (कक्षा 11)

प्रश्न 7. $(102)^5$

हल : $\therefore (102)^5 = (100 + 2)^5$

तब द्विपद प्रमेय के प्रयोग से,

$$\begin{aligned} (102)^5 &= (100 + 2)^5 \\ &= {}^5C_0 (100)^5 \cdot (2)^0 + {}^5C_1 (100)^4 (2)^1 \\ &\quad + {}^5C_2 (100)^3 (2)^2 + {}^5C_3 (100)^2 (2)^3 \\ &\quad + {}^5C_4 (100) (2)^4 + {}^5C_5 (100)^0 (2)^5 \\ &= 1 \cdot (10000000000) + 5 (100000000) \cdot 2 \\ &\quad + 10 (1000000) \cdot 4 + 10 (10000) \cdot 8 \\ &\quad + 5 (100) \cdot 16 + 1 (32) \\ &= 10000000000 + 1000000000 \\ &\quad + 40000000 + 800000 + 8000 + 32 \\ &= 11040808032 \end{aligned}$$

प्रश्न 8. $(101)^4$

हल : $\therefore (101)^4 = (100 + 1)^4$

तब द्विपद प्रमेय के प्रयोग से,

$$\begin{aligned} (101)^4 &= (100 + 1)^4 \\ &= {}^4C_0 (100)^4 (1)^0 + {}^4C_1 (100)^3 (1)^1 \\ &\quad + {}^4C_2 (100)^2 (1)^2 + {}^4C_3 (100)^1 (1)^3 \\ &\quad + {}^4C_4 (100)^0 (1)^4 \\ &= {}^4C_0 (100)^4 + {}^4C_1 (100)^3 \cdot 1 + {}^4C_2 \\ &\quad (100)^2 \cdot 1 + {}^4C_3 (100) \cdot 1 + {}^4C_4 (1 \cdot 1) \\ &= (1 \times 100000000) + (4 \times 1000000 \times 1) \\ &\quad + (6 \times 10000 \times 1) + 4 \times (100 \times 1) \\ &\quad + (1 \times 1 \times 1) \\ &= 100000000 + 4000000 + 60000 + 400 + 1 \\ &= 104060401 \end{aligned}$$

अतः $(101)^4 = 104060401$

प्रश्न 9. $(99)^5$

हल : $\therefore (99)^5 = (100 - 1)^5$
 $= [100 + (-1)]^5$

तब द्विपद प्रमेय के प्रयोग से,

$$\begin{aligned} (99)^5 &= [100 + (-1)]^5 \\ &= {}^5C_0 (100)^5 (-1)^0 + {}^5C_1 (100)^4 \\ &\quad (-1)^1 + {}^5C_2 (100)^3 (-1)^2 + {}^5C_3 \\ &\quad (100)^2 (-1)^3 + {}^5C_4 (100)^1 \\ &\quad (-1)^4 + {}^5C_5 (100)^0 (-1)^5 \\ &= {}^5C_0 (100)^5 \cdot 1 - {}^5C_1 (100)^4 \\ &\quad + {}^5C_2 (100)^3 - {}^5C_3 (100)^2 \\ &\quad + {}^5C_4 (100)^1 - {}^5C_5 \\ &= 1 \cdot (100)^5 - 5 (100)^4 + 10 (100)^3 \\ &\quad - 10 (100)^2 + 5 (100) - 1 \\ &= (100)^5 - 5 (100)^4 + 10 (100)^3 \\ &\quad - 10 (100)^2 + 5 (100) - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 10000000000 - 500000000 + \\ &\quad 10000000 - 100000 + 500 - 1 \\ &= 10010000500 - 500100001 \\ &= 9509900499 \end{aligned}$$

अतः $(99)^5 = 9509900499$

उत्तर

प्रश्न 10. द्विपद प्रमेय का प्रयोग करते हुए बताइए कौन-सी संख्या बड़ी है $(1.1)^{10000}$ या 1000.

$$\begin{aligned} \text{हल : } \therefore (1.1)^{10000} &= (1 + 0.1)^{10000} \\ &= {}^{10000}C_0 (1)^{10000} \cdot (0.1)^0 \\ &\quad + {}^{10000}C_1 (1)^{9999} (0.1)^1 + \dots \\ &= 1 + 10000 \cdot (0.1) + \dots \\ &= 1 + 1000 + \dots \end{aligned}$$

उत्तर $\therefore (1.1)^{10000} = 1001 + \text{एक धनात्मक संख्या}$

इससे स्पष्ट है कि

$$(1.1)^{10000} > 1000$$

उत्तर

प्रश्न 11. $(a + b)^4 - (a - b)^4$ का विस्तार कीजिए।

इसका प्रयोग करके $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4$

का मान ज्ञात कीजिए।

हल : द्विपद प्रमेय से, विस्तार करने पर,

$$(a + b)^4 = {}^4C_0 a^4 + {}^4C_1 a^3 b + {}^4C_2 a^2 b^2 + {}^4C_3 a b^3 + {}^4C_4 b^4 \dots (1)$$

$$\text{और } (a - b)^4 = {}^4C_0 a^4 - {}^4C_1 a^3 b + {}^4C_2 a^2 b^2 - {}^4C_3 a b^3 + {}^4C_4 b^4 \dots (2)$$

समीकरण (1) में से (2) को घटाने पर,

$$\begin{aligned} (a + b)^4 - (a - b)^4 &= 2ab [{}^4C_1 a^2 + {}^4C_3 b^2] \\ &= 8ab(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

$$= 8(a^3 b + a b^3)$$

उत्तर

$a = \sqrt{3}$ तथा $b = \sqrt{2}$ रखने पर,

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{2})^4 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 &= 8\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} (3 + 2) \\ &= 8\sqrt{6} \cdot (5) = 40\sqrt{6} \end{aligned}$$

उत्तर

प्रश्न 12. $(x + 1)^6 + (x - 1)^6$ का मान ज्ञात कीजिए।

इसका प्रयोग करके या अन्यथा $(\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : पूर्व प्रश्न-11 की भाँति हल करने पर,

$$\begin{aligned} (x + 1)^6 + (x - 1)^6 &= 2(x^6 + {}^6C_2 \cdot x^4 \cdot 1^2 \\ &\quad + {}^6C_4 \cdot x^2 \cdot 1^4 + 1^6) \\ &= 2(x^6 + 15x^4 + 15x^2 + 1) \end{aligned}$$

उत्तर

उक्त के दोनों पक्षों में $x = \sqrt{2}$ रखने पर,

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6 &= 2[(\sqrt{2})^6 + 15 \times (\sqrt{2})^4 \\ &\quad + 15 \times (\sqrt{2})^2 + 1] \end{aligned}$$

$$= 2(2^3 + 15 \times 2^2 + 15 \times 2 + 1)$$

$$= 2(8 + 15 \times 4 + 30 + 1)$$

$$= 2(39 + 60) = 2 \times 99 = 198 \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 13. दिखाइए कि $[9^{(n+1)} - 8n - 9]$, 64 से विभाज्य है जहाँ n एक धन पूर्णांक है।

$$\text{हल : } 9^{(n+1)} = (1+8)^{(n+1)}$$

$$= {}^{n+1}C_0 + {}^{n+1}C_1 \cdot 8 + {}^{n+1}C_2 \cdot 8^2 + {}^{n+1}C_3 \cdot 8^3 + \dots + {}^{n+1}C_{n+1} \cdot 8^{(n+1)}$$

$$= 1 + (n+1) \times 8 + {}^{n+1}C_2 \cdot 8^2 + {}^{n+1}C_3 \cdot 8^3 + \dots + {}^{n+1}C_{n+1} \cdot 8^{(n+1)}$$

$$= 1 + 8n + 8 + {}^{n+1}C_2 \cdot 8^2 + {}^{n+1}C_3 \cdot 8^3 + \dots + {}^{n+1}C_{n+1} \cdot 8^{(n+1)}$$

$$= 8n + 9 + 8^2 [{}^{n+1}C_2 + {}^{n+1}C_3 \cdot 8 + {}^{n+1}C_4 \cdot 8^2 + \dots + {}^{n+1}C_{n+1} \cdot 8^{(n-1)}]$$

$$\therefore 9^{(n+1)} - 8n - 9$$

$$= 64 [{}^{n+1}C_2 + {}^{n+1}C_3 \cdot 8 + {}^{n+1}C_4 \cdot 8^2 + \dots + {}^{n+1}C_{n+1} \cdot 8^{(n-1)}]$$

$$= 64 \times \text{एक धन पूर्णांक}$$

स्पष्ट है कि दायाँ पक्ष 64 से विभाज्य है।

अतः $[9^{(n+1)} - 8n - 9]$, 64 से विभाज्य है।

Proved.

प्रश्न 14. सिद्ध कीजिए कि

$$\sum_{r=0}^n 3^r {}^nC_r = 4^n$$

हल : द्विपद प्रमेय से,

$$\therefore (1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r$$

$x = 3$ रखने पर,

$$(1+3)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r 3^r$$

$$\therefore (4)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r 3^r$$

$$\Rightarrow \sum_{r=0}^n 3^r {}^nC_r = (4)^n \quad \text{Proved.}$$

? विविध प्रश्नावली

प्रश्न 1. यदि a तथा b दो अलग-अलग पूर्णांक हैं तो सिद्ध कीजिए कि $(a^n - b^n)$ का एक गुणनखण्ड $(a - b)$ है जबकि n एक धन पूर्णांक है।

$$\text{हल : } a^n = [(a-b) + b]^n$$

$$= (a-b)^n + {}^nC_1 (a-b)^{(n-1)} \cdot b$$

$$+ {}^nC_2 (a-b)^{(n-2)} \cdot b^2 + \dots$$

$$+ {}^nC_{n-1} (a-b) \cdot b^{(n-1)} + b^n$$

$$\Rightarrow a^n - b^n = (a-b) [(a-b)^{n-1} + {}^nC_1 (a-b)^{(n-2)} \cdot b + {}^nC_2 (a-b)^{(n-3)} \cdot b^2 + \dots + {}^nC_{n-1} \cdot b^{(n-1)}]$$

स्पष्ट है कि $(a^n - b^n)$ का एक गुणनखण्ड $(a-b)$ है।

Proved.

प्रश्न 2. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^6$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : द्विपद प्रमेय के विस्तार से,

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 = {}^6C_0 (\sqrt{3})^6 + {}^6C_1 (\sqrt{3})^5 \sqrt{2} + {}^6C_2 (\sqrt{3})^4 (\sqrt{2})^2 + {}^6C_3 (\sqrt{3})^3 (\sqrt{2})^3 + {}^6C_4 (\sqrt{3})^2 (\sqrt{2})^4 + {}^6C_5 \sqrt{3} (\sqrt{2})^5 + {}^6C_6 (\sqrt{2})^6$$

$$\text{और } (\sqrt{3} - \sqrt{2})^6 = {}^6C_0 (\sqrt{3})^6 - {}^6C_1 (\sqrt{3})^5 \sqrt{2} + {}^6C_2 (\sqrt{3})^4 (\sqrt{2})^2 - {}^6C_3 (\sqrt{3})^3 (\sqrt{2})^3 + {}^6C_4 (\sqrt{3})^2 (\sqrt{2})^4 - {}^6C_5 \sqrt{3} (\sqrt{2})^5 + {}^6C_6 (\sqrt{2})^6$$

$$\therefore (\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^6 = 2 [{}^6C_1 (\sqrt{3})^5 \sqrt{2} + {}^6C_3 (\sqrt{3})^3 (\sqrt{2})^3 + {}^6C_5 (\sqrt{3}) (\sqrt{2})^5]$$

$$= 2 [6 \cdot 9\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 20 \times 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} + 6 \times \sqrt{3} \times 4\sqrt{2}]$$

$$= 2 [54\sqrt{6} + 120\sqrt{6} + 24\sqrt{6}]$$

$$= 2 \times 198\sqrt{6} = 396\sqrt{6}$$

उत्तर

प्रश्न 3. $(a^2 + \sqrt{a^2 - 1})^4 + (a^2 - \sqrt{a^2 - 1})^4$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : माना } a^2 = x \quad \text{तथा} \quad \sqrt{a^2 - 1} = y,$$

$$\text{तब } (a^2 + \sqrt{a^2 - 1})^4 = (x + y)^4$$

$$= {}^4C_0 x^4 + {}^4C_1 x^3 y + {}^4C_2 x^2 y^2 + {}^4C_3 x y^3 + {}^4C_4 y^4 \dots (1)$$

(द्विपद प्रमेय से विस्तार करने पर)

$$\text{तथा } (a^2 - \sqrt{a^2 - 1})^4 = (x - y)^4$$

$$= {}^4C_0 x^4 - {}^4C_1 x^3 y + {}^4C_2 x^2 y^2 - {}^4C_3 x y^3 + {}^4C_4 y^4 \dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$(a^2 + \sqrt{a^2 - 1})^4 + (a^2 - \sqrt{a^2 - 1})^4$$

$$= 2 [{}^4C_0 x^4 + {}^4C_2 x^2 y^2 + {}^4C_4 y^4]$$

4 | गणित (कक्षा 11)

$$\begin{aligned}
 &= 2 \left[1 \cdot (a^2)^4 + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} (a^2)^2 (\sqrt{a^2 - 1})^2 \right. \\
 &\quad \left. + 1 (\sqrt{a^2 - 1})^4 \right] \\
 &= 2 [a^8 + 6a^4(a^2 - 1) + (a^2 - 1)^2] \\
 &= 2 [a^8 + 6a^6 - 6a^4 + a^4 - 2a^2 + 1] \\
 &= 2 [a^8 + 6a^6 - 5a^4 - 2a^2 + 1] \\
 &= 2a^8 + 12a^6 - 10a^4 - 4a^2 + 2 \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 4. (0.99)⁵ के प्रसार के पहले तीन पदों का प्रयोग करते हुए इसका निकटतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}
 \text{हल : } (0.99)^5 &= (1 - 0.01)^5 \\
 &= \left[1 - \frac{1}{100} \right]^5 = 1 - {}^5C_1 \times \frac{1}{100} \\
 &\quad + {}^5C_2 \times \left[\frac{1}{100} \right]^2 - {}^5C_3 \times \left[\frac{1}{100} \right]^3 \\
 &\quad + {}^5C_4 \times \left[\frac{1}{100} \right]^4 - {}^5C_5 \times \left[\frac{1}{100} \right]^5 \\
 &= 1 - \frac{5}{100} + \frac{10}{10000} \quad \text{केवल पहले तीन पद लेने पर} \\
 &= 1 - 0.05 + 0.001 \\
 &= 1.001 - 0.05 = 0.9510 \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 5. $\left[1 + \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right]^4$, $x \neq 0$ का द्विपद प्रमेय से प्रसार कीजिए।

$$\begin{aligned}
 \text{हल : } \left[1 + \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right]^4 &= \left[1 + \left\{ \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right\} \right]^4 \\
 &= {}^4C_0 + {}^4C_1 \left[\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right] + {}^4C_2 \left[\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right]^2 \\
 &\quad + {}^4C_3 \left[\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right]^3 + {}^4C_4 \left[\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right]^4 \\
 &= 1 + 4 \left[\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right] + 6 \left[\frac{x^2}{4} - 2 + \frac{4}{x^2} \right] \\
 &\quad + 4 \left[\frac{x^3}{8} - \frac{8}{x^3} - 3 \left\{ \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right\} \right] \\
 &\quad + \left[\frac{x}{2} \right]^4 - {}^4C_1 \times \left\{ \frac{x}{2} \right\}^3 \left\{ \frac{2}{x} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ {}^4C_2 \times \left\{ \frac{x}{2} \right\}^2 \left\{ \frac{2}{x} \right\}^2 - {}^4C_3 \times \left\{ \frac{x}{2} \right\} \\
 &\quad \left\{ \frac{2}{x} \right\}^3 + \left\{ \frac{2}{x} \right\}^4 \left[\right] \\
 &= 1 + \left[2x - \frac{8}{x} \right] + 6 \left[\frac{x^2}{4} - 2 + \frac{4}{x^2} \right] \\
 &\quad + 4 \left[\frac{x^3}{8} - \frac{8}{x^3} - \frac{3x}{2} + \frac{6}{x} \right] \\
 &\quad + \left[\frac{x^4}{16} - 4 \times \frac{x^3}{8} \times \frac{2}{x} + 6 \times \frac{x^2}{4} \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{4}{x^2} - 4 \times \frac{x}{2} \times \frac{8}{x^3} + \frac{16}{x^4} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 + 2x - \frac{8}{x} + \frac{3x^2}{2} - 12 + \frac{24}{x^2} \\
 &\quad + \frac{x^3}{2} - \frac{32}{x^3} - 6x + \frac{24}{x} + \frac{x^4}{16} - x^2 \\
 &\quad + 6 - \frac{16}{x^2} + \frac{16}{x^4} \\
 &= (1 - 12 + 6) + (2x - 6x) \\
 &\quad + \left[\frac{3x^2}{2} - x^2 \right] + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{16} \\
 &\quad + \left[-\frac{8}{x} + \frac{24}{x} \right] + \left[\frac{24}{x^2} - \frac{16}{x^2} \right] - \frac{32}{x^3} + \frac{16}{x^4} \\
 &= -5 - 4x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{16} \\
 &\quad + \frac{16}{x} + \frac{8}{x^2} - \frac{32}{x^3} + \frac{16}{x^4} \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 6. $(3x^2 - 2ax + 3a^2)^3$ का द्विपद प्रमेय से प्रसार ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}
 \text{हल : दिया हुआ व्यंजक} \\
 &= (3x^2 - 2ax + 3a^2)^3 \\
 &(3x^2 - 2ax) = y \text{ रखने पर, } (y + 3a^2)^3 \\
 \text{तब } (y + 3a^2)^3 &= 1 \cdot y^3 \cdot (3a^2)^0 + 3 \cdot (y)^2 \cdot (3a^2)^1 \\
 &\quad + 3 \cdot (y)^1 \cdot (3a^2)^2 + 1 \cdot y^0 \cdot (3a^2)^3 \\
 &= y^3 + 9a^2 \cdot y^2 + 27a^4 y + 27a^6 \\
 \text{अब } y &= 3x^2 - 2ax \text{ रखने पर,}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (3x^2 - 2ax + 3a^2)^3 \\
 &= (3x^2 - 2ax)^3 + 9a^2(3x^2 - 2ax)^2 \\
 &\quad + 27a^4(3x^2 - 2ax) + 27a^6 \\
 &= [1.(3x^2)^3.(-2ax)^0 - 3(3x^2)^2 \\
 &\quad (2ax)^1 + 3(3x^2)(2ax)^2 - 1.(3x^2)^0(2ax)^3] \\
 &+ 9a^2 [1.(3x^2)^2.(-2ax)^0 - 2(3x^2)^1 \\
 &\quad (2ax)^1 + 1(3x^2)^0(2ax)^2] + 27a^4 \\
 &\quad (3x^2 - 2ax) + 27a^6 \\
 &= [27x^6 - 54ax^5 + 36a^2x^4 - 8a^3x^3] \\
 &\quad + 9a^2 [9x^4 - 12ax^3 + 4a^2x^2] \\
 &\quad + 27a^4 [3x^2 - 2ax] + 27a^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= [27x^6 - 54ax^5 + 36a^2x^4 - 8a^3x^3] \\
 &\quad + [81a^2x^4 - 108a^3x^3 + 36a^4x^2] \\
 &\quad + [81a^4x^2 - 54a^5x] + 27a^6 \\
 &= 27x^6 - 54ax^5 + 117a^2x^4 - 116a^3x^3 \\
 &\quad + 117a^4x^2 - 54a^5x + 27a^6 \\
 &\text{अतः } (3x^2 - 2ax + 3a^2)^3 = 27x^6 \\
 &\quad - 54ax^5 + 117a^2x^4 - 116a^3x^3 \\
 &\quad + 117a^4x^2 - 54a^5x + 27a^6 \text{ उत्तर}
 \end{aligned}$$

□

