

NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत

दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

? प्रश्नावली | 1.1

प्रश्न 1. क्या शून्य एक परिमेय संख्या है? क्या आप इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिख सकते हैं, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$? [NCERT EXERCISE]

हल : हाँ, शून्य एक परिमेय संख्या है।

इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है।

$$0 = \frac{0}{4}, \frac{0}{5}, \frac{0}{8}, \dots$$

उत्तर

प्रश्न 2. 3 तथा 4 के मध्य छह परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : 6 परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने के लिए, 3 और 4 को $(6+1) = 7$ से गुणा और भाग करते हैं।

$$\therefore 3 = \frac{3 \times 7}{1 \times 7} = \frac{21}{7} \text{ और } 4 = \frac{4 \times 7}{1 \times 7} = \frac{28}{7}$$

अब, 3 और 4 के मध्य 6 परिमेय संख्याएँ

$$= \frac{22}{7}, \frac{23}{7}, \frac{24}{7}, \frac{25}{7}, \frac{26}{7}, \frac{27}{7}$$

उत्तर

प्रश्न 3. $\frac{3}{5}$ तथा $\frac{4}{5}$ के मध्य पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : चूँकि दी गई परिमेय संख्याओं का हर समान है।

\therefore पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने के लिए, $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$ को

$(5+1) = 6$ से गुणा और भाग करते हैं।

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30} \text{ और } \frac{4}{5} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{24}{30}$$

अब, $\frac{18}{30}$ और $\frac{24}{30}$ के मध्य 5 परिमेय संख्याएँ

$$= \frac{19}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}$$

$\Rightarrow \frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$ के मध्य 5 परिमेय संख्याएँ

$$= \frac{19}{30}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{23}{30}$$

उत्तर

प्रश्न 4. क्या नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य? कारण सहित उत्तर दीजिए।

(i) प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।

[NCERT EXERCISE]

(ii) प्रत्येक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है।

[NCERT EXERCISE]

(iii) प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।

[NCERT EXERCISE]

हल : ● (i) क्योंकि सभी प्राकृत संख्याएँ $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$, पूर्ण संख्याओं $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ में समाहित हैं। अतः कथन सत्य है।

● (ii) क्योंकि ऋणात्मक पूर्णांक, पूर्ण संख्याओं में समाहित नहीं है। अतः कथन असत्य है।

● (iii) क्योंकि परिमेय संख्याओं के संग्रह में भिन्न एवं दशमलव संख्याएँ होती हैं जो पूर्ण संख्याओं के संग्रह में समाहित नहीं हैं। अतः कथन असत्य है।

? प्रश्नावली | 1.2

प्रश्न 1. नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य हैं? कारण के साथ अपने उत्तर दीजिए।

(i) प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या होती है। [NCERT EXERCISE]

(ii) संख्या रेखा का प्रत्येक बिन्दु \sqrt{m} के रूप का होता है, जहाँ m एक प्राकृत संख्या है। [NCERT EXERCISE]

(iii) प्रत्येक वास्तविक संख्या एक अपरिमेय संख्या होती है। [NCERT EXERCISE]

हल :

● (i) क्योंकि वास्तविक संख्याओं का संग्रह परिमेय और अपरिमेय संख्याओं से मिलकर बना है अतः प्रत्येक अपरिमेय संख्या वास्तविक होती है। अतः कथन सत्य है। उत्तर

● (ii) यदि m एक प्राकृतिक संख्या है तो संख्या रेखा पर केवल $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots$ बिन्दु ही स्थित होने चाहिए जबकि संख्या रेखा पर दो क्रमिक संख्याओं के मध्य अनन्त संख्याएँ होती हैं। अतः कथन असत्य है। उत्तर

2 | गणित ▶ कक्षा-9

- (iii) क्योंकि वास्तविक संख्याओं के संग्रह में परिमेय और अपरिमेय दोनों प्रकार की संख्याएँ होती हैं। अतः प्रत्येक वास्तविक संख्या का अपरिमेय होना आवश्यक नहीं है। अतः कथन असत्य है। **उत्तर**

प्रश्न 2. क्या सभी धनात्मक पूर्णाकों के वर्गमूल अपरिमेय होते हैं? यदि नहीं, तो एक ऐसी संख्या के वर्गमूल का उदाहरण दीजिए जो एक परिमेय संख्या है।

[NCERT EXERCISE]

हल : नहीं, सभी धनात्मक पूर्णाकों के वर्गमूल अपरिमेय नहीं होते हैं।

उदाहरणार्थ : $\sqrt{9} = 3$ एक परिमेय संख्या है।

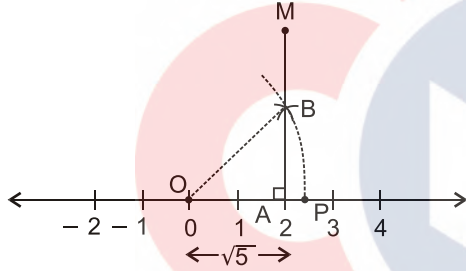
प्रश्न 3. दिखाइए कि संख्या रेखा पर $\sqrt{5}$ को किस प्रकार निरूपित किया जा सकता है? [NCERT EXERCISE]

हल : हम जानते हैं कि

$$\Rightarrow \begin{aligned} 5 &= 4 + 1 \\ (\sqrt{5})^2 &= 2^2 + 1^2 \end{aligned}$$

संख्या रेखा खींचते हैं।

संख्या रेखा पर $OA = 2$ मात्रक लेते हैं।



$\angle OAM = 90^\circ$ बनाते हैं तथा AM से $AB = 1$ मात्रक काटते हैं।

OB को मिलाया।

अब, समकोण $\triangle OAB$ में पाइथागोरस प्रमेय से,

$$\begin{aligned} OB^2 &= OA^2 + AB^2 \\ &= (2)^2 + (1)^2 = 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

$\therefore OB = \sqrt{5}$ मात्रक

O को केन्द्र लेकर OB त्रिज्या से एक चाप लगाते हैं जो संख्या रेखा को P पर काटता है।

$\therefore OB = OP = \sqrt{5}$ मात्रक है। **उत्तर**

अतः बिन्दु P संख्या रेखा पर $\sqrt{5}$ को दर्शाता है।

? प्रश्नावली | 1.3

प्रश्न 1. निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए और बताइए कि प्रत्येक का दशमलव प्रसार किस प्रकार का है : [NCERT EXERCISE]

(i) $\frac{36}{100}$ (ii) $\frac{1}{11}$ (iii) $4\frac{1}{8}$

(iv) $\frac{3}{13}$ (v) $\frac{2}{11}$ (vi) $\frac{329}{400}$

हल : (i) $\frac{36}{100} = 0.36$

\therefore शेषफल शून्य है

$\therefore \frac{36}{100}$ का दशमलव प्रसार **0.36**

सांत है।

उत्तर

• (ii) $\frac{1}{11} = 0.090909 \dots$
 $= 0.\overline{09}$

यहाँ पर भागफल विधि का अन्त नहीं होता है तथा शेषफल पुनः 1 प्राप्त होता है।

$\therefore \frac{1}{11}$ का दशमलव प्रसार **$0.\overline{09}$**

अनवसानी है एवं आवर्ती है। **उत्तर**

• (iii) $4\frac{1}{8} = 4 + \frac{1}{8}$
 $= 4 + 0.125$
 $= 4.125$

\therefore शेषफल शून्य है

$\therefore 4\frac{1}{8}$ का दशमलव प्रसार **4.125**

सांत है।

उत्तर

• (iv) $\frac{3}{13} = 0.230769 \dots$
 $= 0.\overline{230769}$

यहाँ पर भागफल विधि का अन्त नहीं होता है तथा शेषफल पुनः 3 प्राप्त होता है।

$\therefore \frac{3}{13}$ का दशमलव प्रसार

$0.\overline{230769}$ अनवसानी एवं आवर्ती है। **उत्तर**

• (v) $\frac{2}{11} = 0.1818 \dots$
 $= 0.\overline{18}$

यहाँ पर भागफल विधि का अन्त नहीं होता है तथा शेषफल पुनः 2 प्राप्त होता है।

$$100 \begin{array}{r} 0.36 \\ \hline 36.00 \\ 300 \\ \hline 600 \\ 600 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$11 \begin{array}{r} 0.090909 \dots \\ \hline 1.0000 \\ 99 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$8 \begin{array}{r} 0.125 \\ \hline 1.000 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$13 \begin{array}{r} 0.230769 \dots \\ \hline 3.000000 \\ 26 \\ \hline 40 \\ 39 \\ \hline 100 \\ 91 \\ \hline 90 \\ 78 \\ \hline 120 \\ 117 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$11 \begin{array}{r} 0.1818 \dots \\ \hline 2.0000 \\ 11 \\ \hline 90 \\ 88 \\ \hline 20 \\ 11 \\ \hline 90 \\ 88 \\ \hline 2 \end{array}$$

∴ $\frac{2}{11}$ का दशमलव प्रसार $0.\overline{18}$ अनवसानी एवं आवर्ती है।

• (vi) $\frac{329}{400} = 0.8225$

∴ शेषफल शून्य है।

∴ $\frac{329}{400}$ का दशमलव प्रसार

0.8225 सांत है।

400	0.8225	329.0000
		3200
		900
		800
		1000
		800
		2000
		2000
		0

उत्तर

• (ii) माना $0.4\overline{7} = x$

⇒ $x = 0.4777...$

दोनों पक्षों में 10 की गुणा करने पर,

$10x = 4.777...$... (1)

पुनः दोनों पक्षों में 10 की गुणा करने पर,

$100x = 47.777...$... (2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$90x = 43$

$x = \frac{43}{90}$

$0.4\overline{7} = \frac{43}{90}$

उत्तर

• (iii) माना $0.\overline{001} = x$

$x = 0.001001001...$... (1)

दोनों पक्षों में 1000 की गुणा करने पर,

$1000x = 1.001001001...$... (2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$999x = 1$

$x = \frac{1}{999}$

$0.\overline{001} = \frac{1}{999}$

उत्तर

प्रश्न 2. आप जानते हैं कि $\frac{1}{7} = 0.142857$ है। क्या

बिना दीर्घ विभाजन किए आप यह बता सकते हैं कि $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ के दशमलव प्रसार क्या हैं? यदि हाँ, तो कैसे?

[NCERT EXERCISE]

हल : हाँ

$\frac{1}{7}$ का दशमलव प्रसार ज्ञात होने पर $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ के

दशमलव प्रसार ज्ञात किए जा सकते हैं।

$\frac{2}{7} = 2 \times \frac{1}{7} = 2 \times 0.142857 = 0.285714$ उत्तर

$\frac{3}{7} = 3 \times \frac{1}{7} = 3 \times 0.142857 = 0.428571$ उत्तर

$\frac{4}{7} = 4 \times \frac{1}{7} = 4 \times 0.142857 = 0.571428$ उत्तर

$\frac{5}{7} = 5 \times \frac{1}{7} = 5 \times 0.142857 = 0.714285$ उत्तर

$\frac{6}{7} = 6 \times \frac{1}{7} = 6 \times 0.142857 = 0.857142$ उत्तर

प्रश्न 3. निम्नलिखित को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए, ⇒

जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है : [NCERT EXERCISE]

(i) $0.\overline{6}$ (ii) $0.4\overline{7}$ (iii) $0.\overline{001}$

हल : (i) माना $0.\overline{6} = x$

⇒ $x = 0.\overline{6} = 0.666.....$... (1)

दोनों पक्षों में 10 की गुणा करने पर,

$10x = 6.666.....$... (2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$9x = 6$

⇒ $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

⇒ $0.\overline{6} = \frac{2}{3}$

उत्तर

प्रश्न 4. $0.99999...$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

क्या आप अपने उत्तर से आश्चर्यचकित हैं? अपने अध्यापक और कक्षा के सहयोगियों के साथ उत्तर की सार्थकता पर चर्चा कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : माना $x = 0.\overline{9} = 0.9999.....$... (1)

दोनों पक्षों में 10 की गुणा करने पर,

$10x = 9.9999.....$... (2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$9x = 9$

$x = 1$

$0.9999..... = 1$

उत्तर

प्रश्न 5. $\frac{1}{17}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के पुनरावृत्ति

खण्ड में अंकों की अधिकतम संख्या क्या हो सकती है? अपने उत्तर की जाँच करने के लिए विभाजन क्रिया कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : $\frac{1}{17}$ में हर 17 है। अतः भाग करने पर 1 से 16 तक

की कोई भी संख्याएँ शेषफल के रूप में प्राप्त हो सकती हैं। उसके उपरान्त अंकों की पुनरावृत्ति अवश्य होगी।

अतः $\frac{1}{17}$ के दशमलव प्रसार के पुनरावृत्ति खण्ड में

अधिकतम अंक = 16

उत्तर

4 | गणित ▶ कक्षा-9

	0.0588235294117647
17	1.00 00 00 00 00 00 00 00
	<u>85</u>
	150
	<u>136</u>
	140
	<u>136</u>
	40
	<u>34</u>
	60
	<u>51</u>
	90
	<u>85</u>
	50
	<u>34</u>
	160
	<u>153</u>
	70
	<u>68</u>
	20
	<u>17</u>
	30
	<u>17</u>
	130
	<u>119</u>
	110
	<u>102</u>
	80
	<u>68</u>
	120
	<u>119</u>
	1

यहाँ से अंकों की पुनरावृत्ति हो रही है।
 $\therefore \frac{1}{17} = 0.0588235294117647\dots$

$$= 0.\overline{0588235294117647}$$

उत्तर

प्रश्न 6. $\frac{p}{q}$ ($q \neq 0$) के रूप की परिमेय संख्याओं के

अनेक उदाहरण लीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं, जिनका 1 के अतिरिक्त अन्य कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है और जिसका सांत दशमलव निरूपण (प्रसार) है। क्या आप यह अनुमान लगा सकते हैं कि q को कौन-सा गुण अवश्य सन्तुष्ट करना चाहिए? [NCERT EXERCISE]

हल : $\frac{p}{q}$ के रूप में परिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार

सांत तभी होगा जब p को q से भाग देने पर शेषफल शून्य हो जबकि p और q में 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है।

किसी संख्या को भाग करने पर शेषफल शून्य तभी होगा जबकि

- (1) भाजक 2 या 2 की कोई घात हो।
- (2) भाजक 5 या 5 की कोई घात हो।
- (3) भाजक 2 की किसी घात और 5 की किसी घात का

गुणनफल हो।

अतः q को 2 अथवा 5 अथवा इनकी किसी घात के बराबर होना चाहिए अथवा 2 की किसी घात और 5 की किसी घात के गुणन के बराबर होना चाहिए।

अर्थात् $q = 2^m \times 5^n$ जहाँ m और n पूर्ण संख्याएँ हैं।

उत्तर

प्रश्न 7. ऐसी तीन संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हों। [NCERT EXERCISE]

हल : सभी अपरिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती होते हैं।

\therefore ऐसी तीन संख्याएँ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ हैं।

उत्तर

प्रश्न 8. परिमेय संख्याओं $\frac{5}{7}$ और $\frac{9}{11}$ के बीच की तीन

अलग-अलग अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : $\frac{5}{7}$ का दशमलव प्रसार = $0.\overline{714285}$

$\frac{9}{11}$ का दशमलव प्रसार = $0.\overline{81}$

अब $\frac{5}{7}$ और $\frac{9}{11}$ के बीच तीन अपरिमेय संख्याएँ

= $0.\overline{714285}$ और $0.\overline{81}$ के बीच

तीन अपरिमेय संख्याएँ

= $0.72072007200072\dots$,

$0.73073007300073\dots$,

$0.808080008\dots$

उत्तर

प्रश्न 9. बताइए कि निम्नलिखित संख्याओं में कौन-कौन संख्याएँ परिमेय और कौन-कौन संख्याएँ अपरिमेय हैं : [NCERT EXERCISE]

(i) $\sqrt{23}$ (ii) $\sqrt{225}$ (iii) 0.3796

(iv) 7.478478....

(v) 1.101001000100001....

हल : (i) $\sqrt{23} = 4.79583$

$\Rightarrow \sqrt{23}$ का दशमलव प्रसार अनवसानी और अनावर्ती है।

	4.79583
4	23.00 00 00 00 00
	16
87	700
	609
949	9100
	8541
9585	55900
	47925
95908	797500
	767264
959163	3023600
	2877489
	146111

⇒ $\sqrt{23}$ एक अपरिमेय संख्या है।

- (ii) $\sqrt{225} = 15$
जो एक प्राकृत संख्या है।

	15
1	225
	1
25	125
	125
	0

∴ $\sqrt{225}$ एक परिमेय संख्या है।

- (iii) 0.3796

⇒ इसका दशमलव प्रसार सांत है।

∴ 0.3796 एक परिमेय संख्या है।

- (iv) $7.478478 \dots = 7.\overline{478}$

⇒ इसका दशमलव प्रसार अनवसानी आवर्ती है।

∴ $7.478478 \dots$ एक परिमेय संख्या है।

- (v) 1.101001000100001.....

⇒ इसका दशमलव प्रसार अनवसानी और अनावर्ती है।

∴ 1.101001000100001..... एक अपरिमेय संख्या है।

उत्तर

? प्रश्नावली | 1.4

प्रश्न 1. बताइए नीचे दी गई संख्याओं में कौन-कौन परिमेय हैं और कौन-कौन अपरिमेय हैं : [NCERT EXERCISE]

(i) $2 - \sqrt{5}$ (ii) $(3 + \sqrt{23}) - \sqrt{23}$

(iii) $\frac{2\sqrt{7}}{7\sqrt{7}}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (v) 2π

हल : (i) $2 - \sqrt{5}$

हम जानते हैं कि 2 एक परिमेय संख्या और $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

पुनः हम जानते हैं कि एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का अन्तर एक अपरिमेय संख्या होता है।

अतः $(2 - \sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है। उत्तर

- (ii) $(3 + \sqrt{23}) - \sqrt{23} = 3 + \sqrt{23} - \sqrt{23} = 3$
जो एक परिमेय संख्या है।

अतः $(3 + \sqrt{23}) - \sqrt{23}$ एक परिमेय संख्या है। उत्तर

- (iii) $\frac{2\sqrt{7}}{7\sqrt{7}} = \frac{2}{7}$ जो एक परिमेय संख्या है।

अतः $\frac{2}{7}$ एक परिमेय संख्या है। उत्तर

उत्तर ● (iv) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

हम जानते हैं कि 1 एक परिमेय संख्या तथा $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। पुनः हम जानते हैं कि एक परिमेय संख्या को अपरिमेय संख्या से भाग देने पर एक अपरिमेय संख्या प्राप्त होती है।

अतः $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है। उत्तर

उत्तर ● (v) 2π

हम जानते हैं कि 2 एक परिमेय संख्या तथा π एक अपरिमेय संख्या है।

पुनः हम जानते हैं कि एक परिमेय संख्या को अपरिमेय संख्या से गुणा करने पर अपरिमेय संख्या प्राप्त होती है।

अतः 2π एक अपरिमेय संख्या है। उत्तर

प्रश्न 2. निम्नलिखित व्यंजकों में से प्रत्येक व्यंजक को सरल कीजिए :

[NCERT EXERCISE]

(i) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2})$

(ii) $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$

(iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

(iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

हल : (i) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2})$

$= 3(2 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}(2 + \sqrt{2})$

$= 6 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$ उत्तर

● (ii) $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = (3)^2 - (\sqrt{3})^2$

$[\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$

$= 9 - 3 = 6$ उत्तर

● (iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

6 | गणित ▶ कक्षा-9

$$\begin{aligned}
 &= (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{5})(\sqrt{2}) \\
 &[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\
 &= 5 + 2 + 2\sqrt{10} = 7 + 2\sqrt{10} \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

● (iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2$
 $= 5 - 2 = 3$ उत्तर

प्रश्न 3. आपको याद होगा कि π को एक वृत्त की परिधि (मान लीजिए c) और उसके व्यास (मान लीजिए d) के अनुपात से परिभाषित किया जाता है अर्थात् $\pi = \frac{c}{d}$ है।

यह इस तथ्य का अन्तर्विरोध करता हुआ प्रतीत होता है कि π अपरिमेय है। इस अन्तर्विरोध का निराकरण आप किस प्रकार करेंगे?

[NCERT EXERCISE]

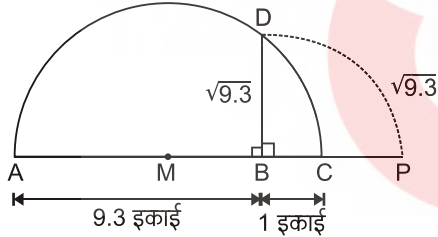
हल : $\because \pi = \frac{\text{किसी वृत्त की परिधि (c)}}{\text{उस वृत्त का व्यास (d)}}$

c और d को किसी पैमाने से मापने पर हमें केवल सन्निकट माप प्राप्त होती है जिससे यह पता नहीं चल पाता कि c या d परिमेय संख्याएँ हैं या अपरिमेय संख्याएँ हैं। इसी कारण हमें c और d को परिमेय संख्याएँ समझने का भ्रम उत्पन्न होता है और हम c और d के अनुपात π को परिमेय संख्या समझने की ओर अग्रसर होते हैं जिससे अन्तर्विरोध उत्पन्न होता है। वास्तव में π के अपरिमेय होने में कोई अन्तर्विरोध नहीं है।

प्रश्न 4. संख्या रेखा पर $\sqrt{9.3}$ को निरूपित कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल :



- रेखाखण्ड $AB = 9.3$ मात्रक और $BC = 1$ मात्रक इस प्रकार खींचते हैं कि ABC एक सरल रेखा है।
- AC का मध्य-बिन्दु M ज्ञात करते हैं तथा AC को व्यास लेकर अर्द्धवृत्त खींचते हैं।
- $\angle ABD = 90^\circ$ बनाते हैं जो अर्द्धवृत्त को D पर काटता है।
- अब संख्या रेखा पर B को केन्द्र लेकर BD त्रिज्या से चाप लगाते हैं जो संख्या रेखा को P पर काटता है।

अब $\sqrt{9.3} = BP$ अर्थात् बिन्दु P संख्या रेखा पर $\sqrt{9.3}$ को निरूपित करता है।

प्रश्न 5. निम्नलिखित के हरों का परिमेयकरण कीजिए :

[NCERT EXERCISE]

(i) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

(iii) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

हल : (i) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

यहाँ पर अपरिमेय संख्या $\sqrt{7}$ हर में दी गई है। इसका परिमेयकारी गुणक $\sqrt{7}$ है।

$\therefore \sqrt{7}$ से अंश और हर को गुणा करने पर,

$$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

उत्तर

● (ii) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

यहाँ पर अपरिमेय संख्या $(\sqrt{7}-\sqrt{6})$ हर में दी गई है। इसका परिमेयकारी गुणक $(\sqrt{7}+\sqrt{6})$ है।

$\therefore (\sqrt{7}+\sqrt{6})$ से अंश और हर को गुणा करने पर,

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$$

$$[\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{1} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

उत्तर

● (iii) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

यहाँ पर अपरिमेय संख्या $(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ हर में दी गई है। इसका परिमेयकारी गुणक $(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ है।

$\therefore (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ से अंश और हर को गुणा करने पर,

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$[\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

उत्तर

● (iv) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

यहाँ पर अपरिमेय संख्या $(\sqrt{7}-2)$ हर में दी गई है। इसका परिमेयकारी गुणक $(\sqrt{7}+2)$ है।

∴ $(\sqrt{7} + 2)$ से अंश और हर को गुणा करने पर,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{7}-2} &= \frac{1}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2} \\ &= \frac{\sqrt{7}+2}{(\sqrt{7})^2 - (2)^2} = \frac{\sqrt{7}+2}{7-4} \\ &= \frac{\sqrt{7}+2}{3} \end{aligned}$$

उत्तर

? प्रश्नावली | 1.5

प्रश्न 1. मान ज्ञात कीजिए : [NCERT EXERCISE]

(i) $64^{\frac{1}{2}}$ (ii) $32^{\frac{1}{5}}$ (iii) $125^{\frac{1}{3}}$

हल : (i) $64^{\frac{1}{2}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned} &= (2^6)^{\frac{1}{2}} \\ &= (2)^{6 \times \frac{1}{2}} = (2)^3 = 8 \end{aligned}$$

उत्तर

● (ii) $32^{\frac{1}{5}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{5}}$

$$\begin{aligned} &= (2^5)^{\frac{1}{5}} = (2)^{5 \times \frac{1}{5}} \\ &= (2)^1 = 2 \end{aligned}$$

उत्तर

● (iii) $125^{\frac{1}{3}} = (5 \times 5 \times 5)^{\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned} &= (5^3)^{\frac{1}{3}} = (5)^{3 \times \frac{1}{3}} \\ &= (5)^1 = 5 \end{aligned}$$

उत्तर

प्रश्न 2. मान ज्ञात कीजिए : [NCERT EXERCISE]

(i) $9^{\frac{3}{2}}$ (ii) $32^{\frac{2}{5}}$

(iii) $16^{\frac{3}{4}}$ (iv) $125^{\frac{-1}{3}}$

हल : (i) $9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}}$

$$\begin{aligned} &= (3)^{2 \times \frac{3}{2}} = (3)^3 \\ &= (3 \times 3 \times 3) = 27 \end{aligned}$$

उत्तर

● (ii) $32^{\frac{2}{5}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{2}{5}}$

$$\begin{aligned} &= (2^5)^{\frac{2}{5}} \\ &= (2)^{5 \times \frac{2}{5}} = (2)^2 = (2 \times 2) = 4 \end{aligned}$$

उत्तर

● (iii) $16^{\frac{3}{4}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{3}{4}}$

$$\begin{aligned} &= (2^4)^{\frac{3}{4}} = (2)^{4 \times \frac{3}{4}} \\ &= (2)^3 = (2 \times 2 \times 2) = 8 \end{aligned}$$

उत्तर

● (iv) $125^{-\frac{1}{3}} = (5 \times 5 \times 5)^{-\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned} &= (5^3)^{-\frac{1}{3}} \\ &= (5)^{3 \times -\frac{1}{3}} = (5)^{-1} \\ &= \frac{1}{(5)^1} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

उत्तर

प्रश्न 3. सरल कीजिए : [NCERT EXERCISE]

(i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{5}}$ (ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7$

(iii) $\frac{11^{\frac{1}{2}}}{11^{\frac{1}{4}}}$ (iv) $7^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}$

हल : (i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{5}} = 2^{\frac{10+3}{15}} = 2^{\frac{13}{15}}$

[∴ $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$] उत्तर

● (ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7 = \frac{1^7}{3^{3 \times 7}} = \frac{1}{3^{21}} = 3^{-21}$

[∴ $\frac{1}{a} = a^{-1}, (a^m)^n = a^{mn}$] उत्तर

● (iii) $\frac{11^{\frac{1}{2}}}{11^{\frac{1}{4}}} = 11^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 11^{\frac{2-1}{4}} = 11^{\frac{1}{4}}$

[∴ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$] उत्तर

● (iv) $7^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}} = (7 \times 8)^{\frac{1}{2}} = 56^{\frac{1}{2}}$

[∴ $a^m \cdot b^m = (ab)^m$] उत्तर