# 10 हीरोन का सूत्र (Heron's Formula)

## NCERT ZONE
### अध्याय के अन्तर्गत
दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

## प्रश्नावली | 10.1

**प्रश्न 1. एक यातायात संकेत बोर्ड पर 'आगे स्कूल है' लिखा है और यह भुजा '$a$' वाले एक समबाहु त्रिभुज के आकार का है। हीरोन के सूत्र का प्रयोग करके इस बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि संकेत बोर्ड का परिमाप 180 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?** [NCERT EXERCISE]

**हल : दिया है :** समबाहु त्रिभुज के आकार के बोर्ड की एक भुजा $= a$

$\therefore$ समबाहु त्रिभुज के आकार के बोर्ड का परिमाप

$$= a + a + a = 3a$$

$\therefore$ त्रिभुज का अर्द्धपरिमाप $s = \frac{3a}{2}$

$\therefore$ हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}} = \frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\sqrt{3}$$

$$= \frac{\boldsymbol{a^2\sqrt{3}}}{4}$$ **वर्ग मात्रक।** **उत्तर**

**दिया है:** समबाहु त्रिभुज का परिमाप $= 180$ सेमी

$\therefore$ $3a = 180$

$\Rightarrow$ $a = \frac{180}{3} = 60$

$\therefore$ समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की माप 60 सेमी है।

$\therefore$ त्रिभुजाकार बोर्ड का क्षेत्रफल

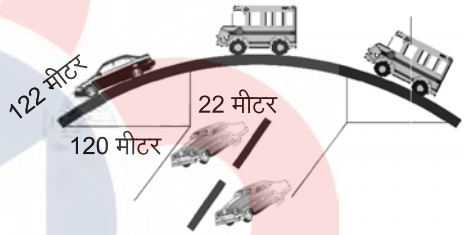
$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{60\times 60\times\sqrt{3}}{4} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 900\sqrt{3} \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **बोर्ड का क्षेत्रफल $= 900\sqrt{3}$ वर्ग सेमी।** **उत्तर**

**प्रश्न 2. किसी फ्लाईओवर (flyover) की त्रिभुजाकार दीवार को विज्ञापनों के लिए प्रयोग किया जाता है। दीवार की भुजाओं की लम्बाइयाँ 122 मीटर, 22 मीटर और 120 मीटर हैं ( देखिए आकृति )। इस विज्ञापन से प्रति वर्ष ₹ 5000 प्रति मीटर$^2$ की प्राप्ति होती है। एक कम्पनी ने एक दीवार को विज्ञापन देने के लिए 3 महीने के लिए किराए पर लिया। उसने कुल कितना किराया दिया?** [NCERT EXERCISE]




**हल :** फ्लाईओवर की त्रिभुजाकार दीवार की मापें 122 मीटर, 22 मीटर तथा 120 मीटर हैं।

माना $a = 122$ मीटर, $b = 22$ मीटर, $c = 120$ मीटर

अर्द्धपरिमाप $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{122+22+120}{2}$

$$= \frac{264}{2} = 132 \text{ मीटर}$$

$\therefore$ त्रिभुजाकार दीवार का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{(हीरोन के सूत्र से)}$$

$$= \sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)}$$

$$= \sqrt{132\times 10\times 110\times 12}$$

$$= \sqrt{11\times 12\times 10\times 10\times 11\times 12}$$

$$= 11\times 12\times 10 = 1320 \text{ वर्ग मीटर}$$

$\because$ विज्ञापन के लिए 1 वर्ग मीटर दीवार का 1 वर्ष का किराया $=$ ₹ 5000

$\therefore$ विज्ञापन के लिए 1320 वर्ग मीटर दीवार का 1 वर्ष का किराया $= 1320\times 5000 =$ ₹ 6600000

∴ विज्ञापन हेतु दीवार का 1 माह का किराया

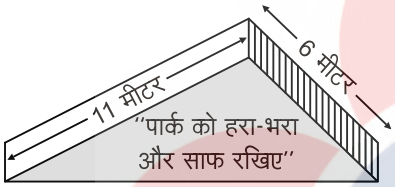
$$= \frac{6600000}{12} = ₹\ 550000$$

∴ तीन माह का किराया = ₹ $3 \times 550000$ = ₹ 1650000

अत: **कम्पनी द्वारा दिया गया किराया = ₹ 16,50,000**

**उत्तर**

**प्रश्न 3. किसी पार्क में एक फिसल पट्टी (slide) बनी हुई है। इसकी पार्श्वीय दीवारों (side walls) में से एक दीवार पर किसी रंग से पेन्ट किया गया है और उस पर ''पार्क को हरा-भरा और साफ रखिए'' लिखा हुआ है ( देखिए आकृति )। यदि इस दीवार की विमाएँ 15 मीटर, 11 मीटर और 6 मीटर हैं तो रंग से पेन्ट हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।** **[NCERT EXERCISE]**




**हल :** जिस दीवार पर पेन्ट किया गया है, उसकी विमाएँ

माना $a = 15$ मीटर, $b = 11$ मीटर और $c = 6$ मीटर

∵ आकृति में दीवार त्रिभुजाकार है।

∴ त्रिभुजाकार दीवार का अर्द्धपरिमाप $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$= \frac{15+11+6}{2}$$

$$= \frac{32}{2} = 16 \text{ मीटर}$$

तब, त्रिभुजाकार दीवार का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$$

(हीरोन के सूत्र से)

$$= \sqrt{16\,(16-15)\,(16-11)\,(16-6)}$$

$$= \sqrt{16 \times 1 \times 5 \times 10}$$

$$= \sqrt{800}$$

$$= \sqrt{20 \times 20 \times 2}$$

$$= 20\sqrt{2} \text{ वर्ग मीटर}$$

अत: **पेन्ट किए हुए भाग का क्षेत्रफल = $20\sqrt{2}$ वर्ग मीटर।**

**उत्तर**

**प्रश्न 4. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाएँ 18 सेमी और 10 सेमी हैं तथा उसका परिमाप 42 सेमी है।** **[NCERT EXERCISE]**

**हल :** माना त्रिभुज की दो भुजाएँ $a = 18$ सेमी तथा $b = 10$ सेमी

माना तीसरी भुजा $c$ सेमी है।

तब, त्रिभुज का परिमाप $= a + b + c$

$$= 18 + 10 + c = 28 + c$$

परन्तु दिया है कि त्रिभुज का परिमाप 42 सेमी है।

∴ $28 + c = 42$

⇒ $c = 42 - 28 = 14$ सेमी

अब, अर्द्धपरिमाप $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$= \frac{18+10+14}{2} = \frac{42}{2} = 21 \text{ सेमी}$$

तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$$

(हीरोन के सूत्र से)

$$= \sqrt{21\,(21-18)\,(21-10)\,(21-14)}$$

$$= \sqrt{21 \times 3 \times 11 \times 7}$$

$$= \sqrt{7 \times 3 \times 3 \times 11 \times 7}$$

$$= 7 \times 3\sqrt{11} = 21\sqrt{11} \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **त्रिभुज का क्षेत्रफल = $21\sqrt{11}$ वर्ग सेमी।** **उत्तर**

**प्रश्न 5. एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 12 : 17 : 25 है और उसका परिमाप 540 सेमी है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।** **[NCERT EXERCISE]**

**हल : दिया है:** त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 12 : 17 : 25 है।

माना त्रिभुज की भुजाएँ $a = 12x$, $b = 17x$ तथा $c = 25x$

∴ त्रिभुज का परिमाप $= a + b + c$

$$= 12x + 17x + 25x = 54x$$

तब, प्रश्नानुसार, त्रिभुज का परिमाप $= 540$ सेमी

∴ $54x = 540$ ⇒ $x = \frac{540}{54} = 10$

अत: $a = 12x = 12 \times 10 = 120$ सेमी

$b = 17x = 17 \times 10 = 170$ सेमी

$c = 25x = 25 \times 10 = 250$ सेमी

∴ अर्द्धपरिमाप $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$= \frac{120+170+250}{2} = \frac{540}{2} = 270$$

तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$

(हीरोन के सूत्र से)

$$= \sqrt{270\,(270-120)\,(270-170)\,(270-250)}$$

$= \sqrt{270 \times 150 \times 100 \times 20}$

$= \sqrt{81000000}$

$= 9000$ वर्ग सेमी

अत: **त्रिभुज का क्षेत्रफल = 9000 वर्ग सेमी।** **उत्तर**

**प्रश्न 6. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 30 सेमी है और उसकी बराबर भुजाएँ 12 सेमी लम्बाई की हैं। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।** **[NCERT EXERCISE]**

**हल :** माना त्रिभुज की तीसरी भुजा $c$ सेमी है।

समद्विबाहु त्रिभुज की बराबर भुजाएँ $a = 12$ सेमी तथा $b = 12$ सेमी।

$\therefore$ त्रिभुज का परिमाप $= a + b + c$

$= 12 + 12 + c = (24 + c)$ सेमी

परन्तु प्रश्नानुसार, परिमाप 30 सेमी है।

$\therefore \quad 24 + c = 30 \quad \Rightarrow \quad c = 30 - 24 = 6$ सेमी

$\therefore$ अर्द्धपरिमाप $s = \dfrac{a + b + c}{2}$

$= \dfrac{12 + 12 + 6}{2} = \dfrac{30}{2} = 15$ सेमी

तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \sqrt{s\,(s - a)\,(s - b)\,(s - c)}$

(हीरोन के सूत्र से)

$= \sqrt{15\,(15 - 12)\,(15 - 12)\,(15 - 6)}$

$= \sqrt{15 \times 3 \times 3 \times 9}$

$= \sqrt{15 \times 9 \times 9}$

$= 9\sqrt{15}$ वर्ग सेमी

अत: **त्रिभुज का क्षेत्रफल $= 9\sqrt{15}$ वर्ग सेमी।** **उत्तर**

●