

NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत

दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

? प्रश्नावली | 11.1

जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

प्रश्न 1. एक शंकु के आधार का व्यास 10.5 सेमी है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, शंकु के आधार का व्यास = 10.5 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु के आधार की त्रिज्या } (r) &= \frac{10.5}{2} \text{ सेमी} \\ &= \frac{105}{20} \text{ सेमी} = \frac{21}{4} \text{ सेमी} \end{aligned}$$

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 10 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 10 \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 165 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

अतः शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 165 वर्ग सेमी।

उत्तर

प्रश्न 2. एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। जिसकी तिर्यक ऊँचाई 21 मीटर है और आधार का व्यास 24 मीटर है।

[NCERT EXERCISE]

हल : शंकु के आधार का व्यास = 24 मीटर

$$\therefore \text{शंकु के आधार की त्रिज्या } (r) = \frac{24}{2} = 12 \text{ मीटर}$$

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 21 मीटर

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \text{वक्र पृष्ठ} + \text{आधार का क्षेत्रफल} \\ &= \pi r l + \pi r^2 \\ &= \pi r(l + r) \\ &= \frac{22}{7} \times 12 \times (21 + 12) \\ &= \frac{22}{7} \times 12 \times 33 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

$$= \frac{8712}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 1244.57 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1244.57 वर्ग

मीटर।

उत्तर

प्रश्न 3. एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 सेमी² है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 14 सेमी है। ज्ञात कीजिए :

(i) आधार की त्रिज्या (ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल।

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 14 सेमी

\therefore शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi r l = \frac{22}{7} \times r \times 14 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 44r \text{ वर्ग सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 वर्ग सेमी है।

$$\therefore 44r = 308 \Rightarrow r = \frac{308}{44} = 7 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या = 7 सेमी।

उत्तर

● (ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \text{वक्रपृष्ठ} + \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

$$= \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (14 + 7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 21 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 462 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 462 वर्ग सेमी।

उत्तर

प्रश्न 4. शंकु के आकार का एक तम्बू 10 मीटर ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 मीटर है। ज्ञात कीजिए :

(i) तम्बू की तिर्यक ऊँचाई

(ii) तम्बू में लगे कैनवास (canvas) की लागत, यदि 1 मीटर² कैनवास की लागत ₹ 70 है। [NCERT EXERCISE]

2 | गणित ► कक्षा-9

हल : (i) तम्बू के आधार की त्रिज्या (r) = 24 मीटर
तथा ऊँचाई (h) = 10 मीटर

∴ शंक्वाकार तम्बू की तिर्यक ऊँचाई

$$\begin{aligned}(l) &= \sqrt{h^2 + r^2} \\ &= \sqrt{(10)^2 + (24)^2} \\ &= \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676}\end{aligned}$$

अतः तम्बू की तिर्यक ऊँचाई = 26 मीटर।

● (ii) शंकु के आकार वाले तम्बू का वक्रपृष्ठ

$$\begin{aligned}&= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ वर्ग मीटर} \\ &= \frac{13,728}{7} \text{ वर्ग मीटर}\end{aligned}$$

∴ तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल

$$= \frac{13,728}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

∴ 1 वर्ग मीटर कैनवास की लागत = ₹ 70

∴ $\frac{13,728}{7}$ वर्ग मीटर कैनवास की लागत

$$= ₹ \left(\frac{13,728}{7} \times 70 \right) = ₹ 1,37,280$$

अतः तम्बू में लगे कैनवास की लागत = ₹ 1,37,280

उत्तर

$$= \frac{188.40}{3} = 62.80 \text{ मीटर}$$

परन्तु दिया है सिलाई इत्यादि में प्रयुक्त तिरपाल

$$= 20 \text{ सेमी} = 0.20 \text{ मीटर}$$

$$\left[\because 1 \text{ सेमी} = \frac{1}{100} \text{ मीटर} \right]$$

अतः तिरपाल की कुल लम्बाई

$$= (62.80 + 0.20) \text{ मीटर}$$

$$= 63 \text{ मीटर।}$$

उत्तर

प्रश्न 6. शंकु के आधार की एक गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई और आधार व्यास क्रमशः 25 मीटर और 14 मीटर हैं। इसकी वक्र पृष्ठ पर ₹ 210 प्रति 100 मीटर² की दर से सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : शंक्वाकार गुम्बज के आधार का व्यास = 14 मीटर

∴ शंक्वाकार गुम्बज के आधार की त्रिज्या

$$(r) = \frac{14}{2} = 7 \text{ मीटर}$$

तथा गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 मीटर

∴ गुम्बज का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25$$

$$= 550 \text{ वर्ग मीटर}$$

∴ 100 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 210

∴ 1 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\frac{210}{100}$

∴ 550 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय

$$= ₹ \frac{210}{100} \times 550 = ₹ 1155$$

अतः गुम्बज के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय

$$= ₹ 1155$$

उत्तर

प्रश्न 5. 8 मीटर ऊँचाई और आधार की त्रिज्या 6 मीटर वाले एक शंकु के आकार का तम्बू बनाने में 3 मीटर चौड़े तिरपाल की कितनी लम्बाई लगेगी? यह मान कर चलिए कि इसकी सिलाई और कटाई में 20 सेमी तिरपाल अतिरिक्त लगेगा। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)

[NCERT EXERCISE]

हल : शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 6 मीटर

तथा शंकु की ऊँचाई (h) = 8 मीटर

$$\begin{aligned}\therefore \text{शंकु की तिर्यक ऊँचाई } (l) &= \sqrt{h^2 + r^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 + (6)^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} = 10 \text{ मीटर}\end{aligned}$$

∴ तम्बू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$= 3.14 \times 6 \times 10$$

$$= 188.40 \text{ वर्ग मीटर}$$

∴ तिरपाल का क्षेत्रफल = 188.40 वर्ग मीटर

∴ तिरपाल की चौड़ाई = 3 मीटर

∴ तिरपाल की लम्बाई = $\frac{\text{तिरपाल का क्षेत्रफल}}{\text{तिरपाल की चौड़ाई}}$

प्रश्न 7. एक जोकर की टोपी एक शंकु के आकार की है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 सेमी और ऊँचाई 24 सेमी है। इसी प्रकार की 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : ∴ जोकर की टोपी शंक्वाकार है।

∴ टोपी के आधार की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

तथा टोपी की ऊँचाई (h) = 24 सेमी

∴ टोपी की तिर्यक ऊँचाई (l) = $\sqrt{h^2 + r^2}$

$$= \sqrt{(24)^2 + (7)^2}$$

$$= \sqrt{576 + 49}$$

$$= \sqrt{625} = 25 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{टोपी का वक्रपृष्ठ} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25$$

$$= 550 \text{ वर्ग सेमी}$$

\therefore 1 टोपी बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल

$$= 550 \text{ वर्ग सेमी}$$

\therefore 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल

$$= 10 \times 550$$

$$= 5500 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल = 5500 वर्ग सेमी।

उत्तर

प्रश्न 8. किसी बस स्टॉप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 सेमी है और ऊँचाई 1 मीटर है। यदि इन शंकुओं के बाहरी पृष्ठों को पेन्ट करवाना है और पेन्ट की दर ₹ 12 प्रति मीटर² है तो इनको पेन्ट कराने में कितनी लागत आएगी? ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ का प्रयोग कीजिए।)

[NCERT EXERCISE]

हल : शंकु के आधार का व्यास = 40 सेमी

$$\therefore \text{शंकु के आधार की त्रिज्या} = \frac{40}{2} = (r) = 20 \text{ सेमी}$$

$$= 0.20 \text{ मीटर}$$

$$\left[\because 1 \text{ सेमी} = \frac{1}{100} \text{ मीटर} \right]$$

और शंकु की ऊँचाई (h) = 1 मीटर

$$\therefore \text{शंकु की तिर्यक ऊँचाई} (l) = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (0.2)^2}$$

$$= \sqrt{1.04} = 1.02 \text{ मीटर}$$

$$[\because \sqrt{1.04} = 1.02]$$

अब, शंकु का तिर्यक पृष्ठ = $\pi r l$

$$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 0.64056 \text{ वर्ग मीटर}$$

\therefore 50 शंकुओं का तिर्यक पृष्ठ

$$= 50 \times 0.64056 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 32.028 \text{ वर्ग मीटर}$$

\therefore 1 वर्ग मीटर पेंट कराने में आयी लागत = ₹ 12

\therefore 32.028 वर्ग मीटर पेंट कराने में आयी लागत

$$= ₹ (12 \times 32.028) = ₹ 384.34 \text{ लगभग}$$

अतः शंकुओं पर पेंट कराने में लगभग ₹ 384.34 व्यय होंगे।

उत्तर

? प्रश्नावली | 11.2

जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

प्रश्न 1. निम्न त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

(i) 10.5 सेमी (ii) 5.6 सेमी (iii) 14 सेमी

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) गोले की त्रिज्या (r) = 10.5 सेमी

$$= \frac{105}{10} \text{ सेमी}$$

$$= \frac{21}{2} \text{ सेमी}$$

अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 1386 \text{ वर्ग सेमी।}$$

उत्तर

● (ii) गोले की त्रिज्या (r) = 5.6 सेमी

अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 394.24 \text{ वर्ग सेमी।}$$

उत्तर

● (iii) गोले की त्रिज्या (r) = 14 सेमी

अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 2464 \text{ वर्ग सेमी।}$$

उत्तर

प्रश्न 2. निम्न व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात

कीजिए :

(i) 14 सेमी

(ii) 21 सेमी

(iii) 3.5 मीटर

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) गोले का व्यास = 14 सेमी

$$\therefore \text{गोले की त्रिज्या} (r) = \frac{14}{2} \text{ सेमी} = 7 \text{ सेमी}$$

अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 616 \text{ वर्ग सेमी।}$$

उत्तर

● (ii) गोले का व्यास = 21 सेमी

$$\therefore \text{गोले की त्रिज्या} (r) = \frac{21}{2} \text{ सेमी}$$

4 | गणित ▶ कक्षा-9

अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल
 $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$
 $= 1386$ वर्ग सेमी।

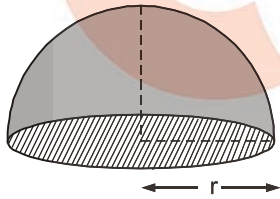
● (iii) गोले का व्यास = 3.5 मीटर
 \therefore गोले की त्रिज्या (r) = $\frac{3.5}{2}$ मीटर
 $= \frac{35}{20}$ मीटर = $\frac{7}{4}$ मीटर

अतः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल
 $= 4\pi r^2$
 $= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$ वर्ग मीटर
 $= \frac{77}{2}$ वर्ग मीटर
 $= 38.5$ वर्ग मीटर।

प्रश्न 3. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक अर्द्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए।)

[NCERT EXERCISE]

हल : गोले की त्रिज्या (r) = 10 सेमी
 ध्यान दीजिए कि अर्द्धगोले का पृष्ठ गोले के पृष्ठ का आधा नहीं होता। इसमें अर्द्ध भाग के साथ एक समान त्रिज्या का वृत्तीय आधार बड़ जाता है।



अतः अर्द्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल
 $=$ गोले के पृष्ठ का आधा + आधार का क्षेत्रफल
 $= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + \pi r^2$
 $= 2\pi r^2 + \pi r^2$
 $= 3\pi r^2$
 $= 3 \times 3.14 \times 10 \times 10$ वर्ग सेमी
 $= 942$ वर्ग सेमी।

प्रश्न 4. एक गोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 7 सेमी से 14 सेमी हो जाती है। इन दोनों स्थितियों में, गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : पहले गुब्बारे की त्रिज्या (r) = 7 सेमी
 \therefore गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$= 4\pi \times 7 \times 7$ वर्ग सेमी
 $= 196\pi$ वर्ग सेमी

उत्तर \therefore हवा भरने के बाद गुब्बारे की त्रिज्या (R) = 14 सेमी
 हवा भरने के बाद गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल
 $= 4\pi R^2 = 4\pi \times 14 \times 14$ वर्ग सेमी
 $= 784\pi$ वर्ग सेमी

अतः गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात
 $= 196\pi : 784\pi = 1 : 4$

उत्तर

प्रश्न 5. पीतल से बने एक अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास 10.5 सेमी है। ₹ 16 प्रति 100 सेमी² की दर से इसके आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास
 $= 10.5$ सेमी = $\frac{105}{10}$ सेमी = $\frac{21}{2}$ सेमी

\therefore अर्द्धगोलाकार कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या

(r) = $\frac{1}{2} \times \frac{21}{2} = \frac{21}{4}$ सेमी

\therefore कटोरे का आन्तरिक पृष्ठ

$= 2\pi r^2$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4}$ वर्ग सेमी
 $= \frac{693}{4}$ वर्ग सेमी

\therefore 100 वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय
 $= ₹ 16$

\therefore 1 वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय
 $= ₹ \frac{16}{100}$

\therefore $\frac{693}{4}$ वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय
 $= ₹ \frac{693}{4} \times \frac{16}{100} = ₹ 27.72$

अतः कटोरे के आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय
 $= ₹ 27.72$

उत्तर

प्रश्न 6. उस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 सेमी² है। [NCERT EXERCISE]

हल : माना गोले की त्रिज्या r है।

दिया है, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 154 वर्ग सेमी

\therefore
 $4\pi r^2 = 154$
 $\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow r = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ सेमी}$$

अतः गोले की अभीष्ट त्रिज्या 3.5 सेमी है। उत्तर

प्रश्न 7. चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। इन दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : ∵ चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है।

∴ चन्द्रमा की त्रिज्या भी पृथ्वी की त्रिज्या की लगभग एक-चौथाई होगी।

माना चन्द्रमा की त्रिज्या r है, तब पृथ्वी की त्रिज्या $4r$ होगी।

तब चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$ वर्ग सेमी

और पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi (4r)^2$
= $64\pi r^2$ वर्ग सेमी।

अतः चन्द्रमा और पृथ्वी के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात = $4\pi r^2 : 64\pi r^2 = 1 : 16$ उत्तर

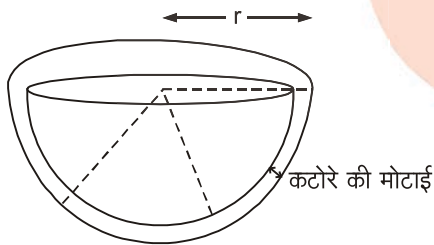
प्रश्न 8. एक अर्द्धगोलाकार कटोरा 0.25 सेमी मोटी स्टील से बना है। इस कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या 5 सेमी है। कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 5 सेमी

कटोरे की चादर की मोटाई (d) = 0.25 सेमी

∴ कटोरे की बाहरी त्रिज्या (R) = आन्तरिक त्रिज्या + मोटाई
= $5 + 0.25$
= 5.25 सेमी



∴ अर्द्धगोलाकार कटोरे का बाहरी पृष्ठ

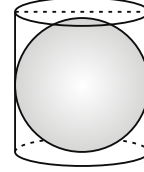
$$= 2\pi R^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 173.25 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 173.25 वर्ग सेमी। उत्तर

प्रश्न 9. एक लम्ब वृत्तीय बेलन त्रिज्या r वाले एक गोले को पूर्णतया घेरे हुए है (देखिए आकृति)। ज्ञात कीजिए :



(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

(ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

(iii) उपर्युक्त (i) और (ii) में प्राप्त क्षेत्रफलों का अनुपात। [NCERT EXERCISE]

हल : ∵ चित्र में लम्ब वृत्तीय बेलन गोले को पूर्णतया घेरे हुए है।

∴ बेलन की त्रिज्या (R) = गोले की त्रिज्या (r)

• (i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$ उत्तर

• (ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi R H$

चित्र से स्पष्ट है कि बेलन की ऊँचाई

$$H = \text{गोले का व्यास} = 2r$$

∴ बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi R (2r)$

$$= 2\pi r (2r)$$

$$(\because R = r)$$

$$= 4\pi r^2$$

अतः बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

उत्तर

• (iii) उक्त दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात

$$= 4\pi r^2 : 4\pi r^2$$

$$= 1 : 1$$

उत्तर

आयतनों में अभीष्ट अनुपात 5 : 3 है। उत्तर

? प्रश्नावली | 11.3

जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

प्रश्न 1. उस लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसकी

(i) त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 7 सेमी है।

(ii) त्रिज्या 3.5 सेमी और ऊँचाई 12 सेमी है।

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या (r) = 6 सेमी तथा ऊँचाई (h) = 7 सेमी

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

6 | गणित ▶ कक्षा-9

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 7 \text{ घन सेमी}$$

$$= 264 \text{ घन सेमी।}$$

अतः लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन = 264 घन सेमी।

उत्तर

- (ii) लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी
= $\frac{7}{2}$ सेमी

तथा शंकु की ऊँचाई (h) = 12 सेमी

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 \text{ घन सेमी}$$

$$= 154 \text{ घन सेमी}$$

अतः लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन = 154 घन सेमी।

उत्तर

प्रश्न 2. शंकु के आकार के उस बर्तन की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए जिसकी

- (i) त्रिज्या 7 सेमी और तिर्यक ऊँचाई 25 सेमी है।
- (ii) ऊँचाई 12 सेमी और तिर्यक ऊँचाई 13 सेमी है।

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) माना शंकु के आकार वाले बर्तन की सीधी ऊँचाई h सेमी है।

शंकु के आकार वाले बर्तन की त्रिज्या (r) = 7 सेमी
और तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 सेमी

$$\therefore r^2 + h^2 = l^2$$

$$\Rightarrow 7^2 + h^2 = 25^2$$

$$\Rightarrow h^2 = 25^2 - 7^2$$

$$= 625 - 49 = 576$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{576} \text{ सेमी} = 24 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{शंकु के आकार के बर्तन का आयतन}$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24$$

$$= 1232 \text{ घन सेमी}$$

$$\therefore \text{बर्तन की धारिता} = 1232 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{1232}{1000} = 1.232 \text{ लीटर}$$

$$\left[\because 1 \text{ घन सेमी} = \frac{1}{1000} \text{ लीटर} \right]$$

अतः बर्तन की धारिता = 1.232 लीटर।

उत्तर

- (ii) माना शंकु के आकार वाले बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

बर्तन की ऊँचाई (h) = 12 सेमी और बर्तन की तिर्यक ऊँचाई

$$(l) = 13 \text{ सेमी}$$

$$\therefore r^2 + h^2 = l^2$$

$$\Rightarrow r^2 + 12^2 = 13^2$$

$$\Rightarrow r^2 + 144 = 169$$

$$\Rightarrow r^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{25} \text{ सेमी} = 5 \text{ सेमी}$$

$$\text{तब, बर्तन का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12$$

$$= \frac{2200}{7} \text{ घन सेमी}$$

$$\therefore \text{बर्तन की धारिता} = \frac{2200}{7} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{2200}{7 \times 1000} \text{ लीटर}$$

$$\left[\because 1 \text{ घन सेमी} = \frac{1}{1000} \text{ लीटर} \right]$$

$$= \frac{11}{35} \text{ लीटर}$$

$$\text{अतः बर्तन की धारिता} = \frac{11}{35} \text{ लीटर।}$$

उत्तर

प्रश्न 3. एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है। यदि इसका आयतन 1570 सेमी³ है तो इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए।) [NCERT EXERCISE]

हल : माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

शंकु की ऊँचाई (h) = 15 सेमी

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15 \text{ घन सेमी}$$

$$= 15.70 r^2 \text{ घन सेमी}$$

परन्तु दिया है कि शंकु का आयतन 1570 सेमी³ है।

$$\therefore 15.70 r^2 = 1570$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1570}{15.70} = \frac{1,57,000}{1,570} = 100$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या 10 सेमी है।

उत्तर

प्रश्न 4. यदि 9 सेमी ऊँचाई वाले एक लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन 48π सेमी³ है तो इसके आधार का व्यास ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : माना शंकु के आधार का व्यास $2r$ सेमी है।
 \therefore शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ सेमी
 और शंकु की ऊँचाई (h) $= 9$ सेमी
 \therefore सूत्र से, शंकु का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9 \text{ घन सेमी}$$

$$= 3 \pi r^2 \text{ घन सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि शंकु का आयतन 48π घन सेमी है।

$$\therefore 3 \pi r^2 = 48 \pi$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$$

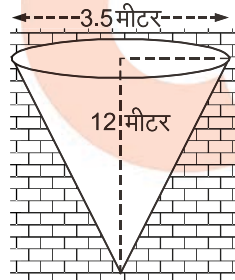
$$\Rightarrow r = 4 \text{ सेमी}$$

\Rightarrow शंकु के आधार की त्रिज्या 4 सेमी है।

अतः शंकु का व्यास $4 \times 2 = 8$ सेमी है।

प्रश्न 5. ऊपरी व्यास 3.5 मीटर वाले शंकु के आकार का एक गड्ढा 12 मीटर गहरा है। इसकी धारिता किलोलीटरों में कितनी है? उत्तर
[NCERT EXERCISE]

हल : शंकवाकार गड्ढे के ऊपरी सिरे का व्यास $= 3.5$ मीटर



$$\therefore \text{शंकवाकार गड्ढे की त्रिज्या } (r) = \frac{3.5}{2} \text{ मीटर}$$

$$= \frac{35}{20} \text{ मीटर}$$

$$= \frac{7}{4} \text{ मीटर}$$

तथा शंकवाकार गड्ढे की गहराई (h) $= 12$ मीटर

तब शंकवाकार गड्ढे का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times 12$$

$$= \frac{77}{2} \text{ घन मीटर}$$

$$= 38.5 \text{ घन मीटर}$$

$$= 38.5 \text{ किलोलीटर}$$

[\therefore 1 घन मीटर $= 1$ किलोलीटर]

अतः गड्ढे की धारिता $= 38.5$ घन मीटर

या 38.5 किलोलीटर।

उत्तर

प्रश्न 6. एक लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन 9856 सेमी³ है। यदि इसके आधार का व्यास 28 सेमी है तो ज्ञात कीजिए : [NCERT EXERCISE]

(i) शंकु की ऊँचाई

(ii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई

(iii) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।

हल : शंकु के आधार का व्यास $= 28$ सेमी

$$\therefore \text{शंकु के आधार की त्रिज्या } (r) = \frac{28}{2} = 14 \text{ सेमी}$$

तथा

शंकु का आयतन $= 9856$ घन सेमी

● (i) माना शंकु की ऊँचाई h सेमी है।

\therefore सूत्रानुसार, शंकु का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{616}{3} h \text{ घन सेमी}$$

परन्तु प्रश्नानुसार, शंकु का आयतन 9856 घन सेमी है।

$$\therefore \frac{616}{3} h = 9856$$

$$\Rightarrow h = \frac{9856 \times 3}{616} = 48 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु की ऊँचाई $= 48$ सेमी।

उत्तर

● (ii) माना शंकु की तिर्यक ऊँचाई l सेमी है।

$$\therefore l^2 = r^2 + h^2$$

$$\Rightarrow l^2 = (14)^2 + (48)^2$$

$$(\because r = 14 \text{ सेमी व } h = 48 \text{ सेमी})$$

$$\Rightarrow l^2 = 196 + 2304 = 2500$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{2500} = 50 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 सेमी है।

उत्तर

● (iii) \therefore शंकु की त्रिज्या (r) $= 14$ सेमी और

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) $= 50$ सेमी।

\therefore सूत्र से, शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 2,200 \text{ वर्ग सेमी}$$

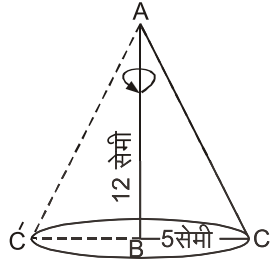
अतः शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी है।

उत्तर

8 | गणित ▶ कक्षा-9

प्रश्न 7. भुजाओं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को भुजा 12 सेमी के परितः घुमाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : $\therefore \Delta ABC$ को 12 सेमी वाली भुजा AB के परितः घुमाया जाता है।

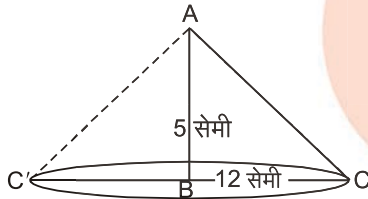


\therefore शंकु की ऊँचाई (h) = 12 सेमी; और
शंकु की त्रिज्या (r) = शंकु की दूसरी भुजा = 5 सेमी
 \therefore शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 12$
 $= 100 \pi$ घन सेमी

अतः प्राप्त ठोस का आयतन = 100π घन सेमी। उत्तर

प्रश्न 8. यदि प्रश्न 7 के त्रिभुज ABC को भुजा 5 सेमी के परितः घुमाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। प्रश्नों 7 और 8 में प्राप्त किए गए दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : $\therefore \Delta ABC$ को 5 सेमी वाली भुजा के परितः घुमाया जाता है।



\therefore शंकु की ऊँचाई (h) = 5 सेमी
और आधार की त्रिज्या (r) = दूसरी भुजा = 12 सेमी
 \therefore शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \pi \times (12)^2 \times 5$ घन सेमी
 $= 240 \pi$ घन सेमी

अतः प्राप्त ठोस का आयतन = 240π घन सेमी। उत्तर
तब प्रश्न 7 व प्रश्न 8 से प्राप्त ठोसों के आयतन का अनुपात = $100\pi : 240\pi$
 $= 5 : 12$

उत्तर

प्रश्न 9. गेहूँ की एक ढेरी 10.5 मीटर व्यास और ऊँचाई 3 मीटर वाले एक शंकु के आकार की है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए कैनवास से ढका जाना है। वांछित कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : गेहूँ की ढेरी से बने शंकु की ऊँचाई (h) = 3 मीटर
तथा आधार का व्यास = 10.5 मीटर = $\frac{21}{2}$ मीटर

\therefore आधार की त्रिज्या (r) = $\frac{21}{4}$ मीटर
 \therefore ढेरी का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times 3$ घन मीटर
 $= \frac{693}{8}$ घन मीटर
 $= 86.625$ घन मीटर। उत्तर

ढेरी से प्राप्त शंकु की तिर्यक ऊँचाई

$$(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{21}{4}\right)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{441}{16} + 9}$$

$$= \sqrt{\frac{441 + 144}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{585}{16}} = \frac{1}{4} \times \sqrt{585}$$

$$= \frac{1}{4} \times 24.186$$

$$= 6.046 \text{ मीटर}$$

$$= 6.05 \text{ मीटर}$$

\therefore ढेरी का तिर्यक पृष्ठ = $\pi r l$
 $= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 6.05$
 $= 99.825$ वर्ग मीटर

अतः ढेरी को ढकने के लिए कैनवास का क्षेत्रफल
= ढेरी का तिर्यक पृष्ठ = 99.825 वर्ग मीटर। उत्तर

? प्रश्नावली | 11.4

जब अन्यथा न कहा जाए $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

प्रश्न 1. उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या निम्न है :

- (i) 7 सेमी
(ii) 0.63 मीटर

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) गोले की त्रिज्या (r) = 7 सेमी
 \therefore सूत्र से, गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3$ घन सेमी
 $= \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7$ घन सेमी
 $= \frac{4312}{3}$ घन सेमी
 $= 1437\frac{1}{3}$ घन सेमी

या 1437.33 घन सेमी

अतः गोले का आयतन = $1437\frac{1}{3}$ घन सेमी अथवा

लगभग 1437.33 घन सेमी।

● (ii) गोले की त्रिज्या (r) = 0.63 मीटर
 \therefore सूत्र से, गोले का आयतन
 $= \frac{4}{3}\pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.63)^3$ घन मीटर
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63$ घन मीटर
 $= 1.047816$ घन मीटर
 $= 1.05$ घन मीटर (लगभग)

अतः गोले का आयतन = 1.05 घन मीटर (लगभग)।

प्रश्न 2. उस ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटाए गए (विस्थापित) पानी का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास निम्न है :

(i) 28 सेमी

(ii) 0.21 मीटर

हल : (i) गोले का व्यास = 28 सेमी
 \therefore गोले की त्रिज्या (r) = 14 सेमी
 \therefore सूत्र से, गोले का आयतन
 $= \frac{4}{3}\pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (14)^3$ घन सेमी
 $= \frac{4}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times 14$ घन सेमी
 $= \frac{34496}{3}$ घन सेमी
 $= 11498\frac{2}{3}$ घन सेमी

अथवा 11,498.67 घन सेमी

अतः गोले का आयतन = $11498\frac{2}{3}$ घन सेमी

अथवा 11498.7 घन सेमी (लगभग)।

उत्तर

● (ii) गोले का व्यास = 0.21 मीटर
 \therefore गोले की त्रिज्या (r) = $\frac{0.21}{2}$ मीटर
 $= 0.105$ मीटर

\therefore सूत्र से, गोले का आयतन
 $= \frac{4}{3}\pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.105)^3$ घन मीटर
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.0011576$ घन मीटर
 $= 0.004851$ घन मीटर (लगभग)

अतः गोले का आयतन = 0.004851 घन मीटर

उत्तर (लगभग)।

उत्तर

प्रश्न 3. धातु की एक गेंद का व्यास 4.2 सेमी है। यदि इस धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति सेमी³ है तो इस गेंद का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : गेंद का व्यास = 4.2 सेमी है।

\therefore गेंद की त्रिज्या (r) = $\frac{4.2}{2} = 2.1$ सेमी

\therefore सूत्र से, गेंद का आयतन
 $= \frac{4}{3}\pi r^3$ घन सेमी
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$ घन सेमी
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$ घन सेमी
 $= 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1$ घन सेमी
 $= 38.808$ घन सेमी

\therefore द्रव्यमान = आयतन \times घनत्व

\therefore गेंद का द्रव्यमान = गेंद का आयतन \times गेंद की धातु का घनत्व
 $= 38.808$ घन सेमी

$\times 8.9$ ग्राम/घन सेमी

$= 345.3912$ ग्राम

$= 345.39$ ग्राम (लगभग)

अतः गेंद का द्रव्यमान = 345.39 ग्राम (लगभग)।

उत्तर

प्रश्न 4. चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। चन्द्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की कौन-सी भिन्न है? [NCERT EXERCISE]

हल : माना पृथ्वी का व्यास 4D मीटर है।

\therefore पृथ्वी की त्रिज्या (R) = 2D मीटर

प्रश्नानुसार, चन्द्रमा का व्यास = $\frac{1}{4}$ पृथ्वी का व्यास

10 | गणित ▶ कक्षा-9

$$\therefore \text{चन्द्रमा का व्यास} = \frac{1}{4} \times 4D = D \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{चन्द्रमा की त्रिज्या } r = \frac{D}{2} \text{ मीटर}$$

$$\text{तब, चन्द्रमा का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$$\left(\because r = \frac{D}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi D^3}{6} \text{ घन मीटर}$$

$$\text{और पृथ्वी का आयतन} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (2D)^3 \quad (\because R = 2D)$$

$$= \frac{32\pi D^3}{3} \text{ घन मीटर}$$

$$\therefore \frac{\text{चन्द्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}} = \frac{\frac{\pi D^3}{6}}{\frac{32\pi D^3}{3}}$$

$$= \frac{\pi D^3}{6} \times \frac{3}{32\pi D^3} = \frac{1}{64}$$

$$\text{अतः चन्द्रमा का आयतन, पृथ्वी के आयतन का } \frac{1}{64}$$

भाग है।

प्रश्न 5. व्यास 10.5 सेमी वाले एक अर्द्धगोलाकार कटोरे में कितने लीटर दूध आ सकता है? [NCERT EXERCISE]

हल : कटोरे का व्यास = 10.5 सेमी

$$\therefore \text{कटोरे की त्रिज्या } (r) = \frac{10.5}{2} \text{ सेमी} = \frac{105}{20} \text{ सेमी}$$

$$= \frac{21}{4} \text{ सेमी}$$

सूत्र से, उक्त त्रिज्या वाले अर्द्धगोलाकार कटोरे का आयतन

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{4}\right)^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4851}{16} \text{ घन सेमी}$$

$$= 303.1875 \text{ घन सेमी}$$

$$\cong 303 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{303}{1000} \text{ लीटर} \quad (\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी})$$

$$= 0.303 \text{ लीटर}$$

अतः कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है। उत्तर

प्रश्न 6. एक अर्द्धगोलाकार टंकी 1 सेमी मोटी एक लोहे की चादर (sheet) से बनी है। यदि इसकी आन्तरिक त्रिज्या 1 मीटर है तो इस टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : \therefore टंकी अर्द्धगोलाकार है और उसकी आन्तरिक त्रिज्या (r) = 1 मीटर है।

टंकी की चादर की मोटाई = 1 सेमी

$$= \frac{1}{100} \text{ मीटर} = 0.01 \text{ मीटर}$$

\therefore टंकी की बाह्य त्रिज्या (R) = टंकी की आन्तरिक त्रिज्या + चादर की मोटाई

$$= (1 + 0.01) \text{ मीटर}$$

$$= 1.01 \text{ मीटर}$$

$$\text{तब, पूरी टंकी का आयतन} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$= \frac{2}{3} \pi \times (1.01)^3 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{2}{3} \pi \times 1.030301 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{2.060602 \pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

और टंकी के अन्दर के खोखले भाग का आयतन

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi (1)^3 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{2}{3} \pi \text{ घन मीटर}$$

\therefore टंकी में लगी लोहे की चादर का आयतन

= पूरी टंकी का आयतन - टंकी के अन्दर के खोखले

भाग का आयतन

$$= \left(\frac{2.060602 \pi}{3} - \frac{2 \pi}{3} \right) \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{0.060602 \pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{0.060602 \times 22}{3 \times 7} \text{ घन मीटर}$$

$$= 0.06348 \text{ घन मीटर लगभग}$$

अतः टंकी में लगे लोहे का आयतन = 0.06348 घन मीटर (लगभग)। उत्तर

प्रश्न 7. उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 सेमी² है। [NCERT EXERCISE]

हल : माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

∴ गोले का वक्र पृष्ठ = $4\pi r^2$ वर्ग सेमी होगा।

परन्तु प्रश्न में दिया है कि

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

$$\therefore 4\pi r^2 = 154$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22}$$

$$= \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow r = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

∴ सूत्र से,

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{539}{3} \text{ घन सेमी}$$

$$= 179\frac{2}{3} \text{ सेमी}$$

$$= 179.67 \text{ घन सेमी}$$

अतः गोले का आयतन = $179\frac{2}{3}$ घन सेमी अथवा

लगभग 179.67 घन सेमी।

उत्तर

प्रश्न 8. किसी भवन का गुम्बद एक अर्द्धगोले के आकार का है। अन्दर से, इसमें सफेदी कराने में ₹ 498.96 व्यय हुए। यदि सफेदी कराने की दर ₹ 2 प्रति वर्ग मीटर है तो ज्ञात कीजिए :

(i) गुम्बद का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

(ii) गुम्बद के अन्दर की हवा का आयतन।

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) माना अर्द्धगोलाकार गुम्बद की त्रिज्या r मीटर है।

∴ अर्द्धगोलाकार गुम्बद खोखला होता है।

∴ अर्द्धगोलाकार गुम्बद का आन्तरिक पृष्ठ

$$= 2\pi r^2 \text{ वर्ग मीटर}$$

तब गुम्बद के आन्तरिक पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय

$$= \text{आन्तरिक पृष्ठ} \times \text{प्रति वर्ग मीटर पर}$$

$$\text{सफेदी कराने का व्यय}$$

$$= ₹ 2\pi r^2 \times 2$$

$$= ₹ 4\pi r^2$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि सफेदी कराने का व्यय ₹ 498.96 है।

$$\therefore 4\pi r^2 = 498.96$$

$$\therefore 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.96$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{39.69} = 6.3 \text{ मीटर}$$

∴ अर्द्ध-गोलाकार गुम्बद का आन्तरिक पृष्ठ

$$= 2\pi r^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 249.48 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः गुम्बद के आन्तरिक (वक्र) पृष्ठ का क्षेत्रफल = 249.48 वर्ग मीटर। उत्तर

● (ii) गुम्बद का आयतन = हवा का आयतन

$$= \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6.3)^3 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{44}{21} \times 250.047 \text{ घन मीटर}$$

$$= 523.908 \text{ घन मीटर}$$

अतः गुम्बद के अन्दर की हवा का आयतन 523.908 घन मीटर है। उत्तर

प्रश्न 9. लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r है और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है। ज्ञात कीजिए :

(i) नये गोले की त्रिज्या r'

(ii) S और S' का अनुपात। [NCERT EXERCISE]

हल : (i) ∴ गोले की त्रिज्या r और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है

$$\text{तब, } S = 4\pi r^2 \quad \dots(1)$$

$$\text{और गोले का आयतन } (V) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \text{सभी 27 गोलों का आयतन } (V') = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= 36\pi r^3$$

$$\therefore \text{नये गोले का आयतन} = 36\pi r^3$$

∴ नये गोले की त्रिज्या r' है अतः नये गोले का आयतन

$$V' = \frac{4}{3}\pi r'^3$$

12 | गणित ► कक्षा-9

तब, $\frac{4}{3} \pi r'^3 = 36 \pi r^3$

$\Rightarrow r'^3 = 27r^3 = (3r)^3$

$\Rightarrow r' = 3r$

अतः नये गोले की त्रिज्या $3r$ है, (जहाँ r छोटे गोलों की त्रिज्या है)।

● (ii) नये गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

● $S' = 4 \pi r'^2 = 4 \pi (3r)^2$

∴ $S' = 36 \pi r^2$... (2)

समीकरण (1) व (2) से,

S और S' का अनुपात = 1 : 9

प्रश्न 10. दवाई का एक कैप्सूल (capsule) 3.5 मिमी व्यास का एक गोला (गोली) है। इस कैप्सूल को भरने के लिए कितनी दवाई (मिमी³ में) की आवश्यकता होगी?

[NCERT EXERCISE]

हल : दवाई के कैप्सूल (गोले) का व्यास
= 3.5 मिमी

∴ कैप्सूल गोले की त्रिज्या (r) = $\frac{3.5}{2}$ मिमी

= $\frac{35}{20}$ मिमी = $\frac{7}{4}$ मिमी

तब, कैप्सूल का आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$

= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^3$ घन मिमी

= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$

= $\frac{539}{24}$ घन मिमी

= $22 \frac{11}{24}$ घन मिमी

अथवा 22.46 घन मिमी (लगभग)

अतः कैप्सूल में भरने के लिए दवाई की मात्रा $22 \frac{11}{24}$ घन

मिमी या लगभग 22.46 घन मिमी है।

उत्तर

