

## ? प्रश्नावली | 12.1

प्रश्न 1. दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64 घन सेमी है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

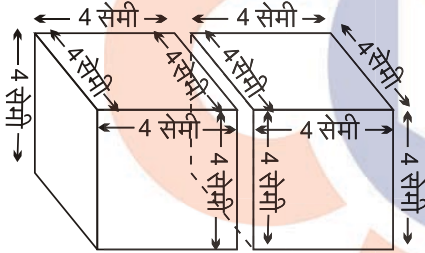
[2019; NCERT EXERCISE]

हल : माना प्रत्येक घन की भुजा  $x$  सेमी है।

$$\therefore \text{प्रत्येक घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 = x^3 \text{ घन सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि प्रत्येक घन का आयतन 64 घन सेमी है।

$$\therefore x^3 = 64 \Rightarrow x^3 = (4)^3 \Rightarrow x = 4 \text{ सेमी}$$



$\therefore$  प्रत्येक घन की भुजा 4 सेमी है और दो घनों को मिलाकर एक घनाभ बनाया जाता है।

$\therefore$  चित्र से स्पष्ट है कि प्राप्त घनाभ की लम्बाई  $l = (4 + 4) = 8$  सेमी, चौड़ाई  $b = 4$  सेमी तथा ऊँचाई  $h = 4$  सेमी है।

तब, घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2(lb + bh + hl) \\ &= 2[(8 \times 4) + (4 \times 4) + (4 \times 8)] \\ &= 2[32 + 16 + 32] \\ &= 2 \times 80 \\ &= 160 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

अतः प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 160 वर्ग सेमी।

उत्तर

प्रश्न 2. कोई बर्तन एक खोखले अर्द्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्द्धगोले का व्यास 14 सेमी है और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13 सेमी है। इस बर्तन का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[2017; NCERT EXERCISE]

हल : चित्र की भाँति अर्द्धगोले पर बेलन अध्यारोपित किया गया है।

दिया है, अर्द्धगोले का व्यास  $(2r) = 14$  सेमी

$\therefore$  अर्द्धगोले की त्रिज्या  $(r) = 7$  सेमी

तब,

बेलन की त्रिज्या  $(r) = 7$  सेमी

$\therefore$  बर्तन की कुल ऊँचाई 13 सेमी है जो बेलन की ऊँचाई  $h$  तथा अर्द्धगोले की त्रिज्या  $r$  के योग के बराबर है।

$$\therefore h + r = 13$$

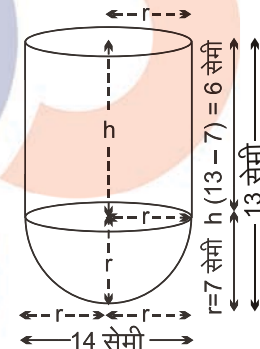
$$\Rightarrow h + 7 = 13$$

$$\Rightarrow h = 13 - 7 = 6 \text{ सेमी}$$

$\therefore$  बेलन की ऊँचाई  $h = 6$  सेमी

तब, बेलनाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r h$

तथा अर्द्धगोलीय भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$



$$\therefore \text{बर्तन का कुल आन्तरिक पृष्ठ} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r (h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(6 + 7)$$

$$= 2 \times 22 \times 13 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 572 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः बर्तन (पात्र) का कुल आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = 572 वर्ग सेमी।

उत्तर

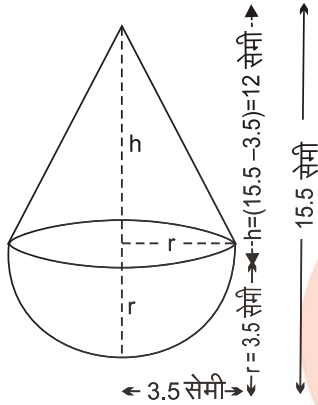
प्रश्न 3. एक खिलौना त्रिज्या 3.5 सेमी वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्द्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की सम्पूर्ण ऊँचाई 15.5 सेमी है। इस खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[2015, 16, 18; NCERT EXERCISE]

## 2 | गणित ▶ कक्षा-10

हल : चित्र की भाँति अर्द्धगोले पर समान परिच्छेद क्षेत्रफल के आधार वाला शंकु अध्यारोपित कर खिलौना बनाया गया है।

शंकु के आधार की त्रिज्या ( $r$ ) = 3.5 सेमी  
 $\therefore$  गोले की त्रिज्या ( $r$ ) = 3.5 सेमी  
 $\therefore$  खिलौने की कुल ऊँचाई = शंकु की ऊँचाई  
 + अर्द्धगोले की त्रिज्या



$\therefore$  दिया है, 15.5 सेमी = शंकु की ऊँचाई ( $h$ ) + 3.5 सेमी  
 या शंकु की ऊँचाई ( $h$ ) = (15.5 - 3.5) सेमी  
 = 12 सेमी

तब, शंकु की तिर्यक ऊँचाई  $l = \sqrt{h^2 + r^2}$   
 $= \sqrt{(12)^2 + (3.5)^2}$   
 $= \sqrt{144 + 12.25}$   
 $= \sqrt{156.25}$   
 $= 12.5$  सेमी

तब, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r l$   
 $= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5$   
 $= 137.5$  वर्ग सेमी

और अर्द्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$   
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$   
 $= 77$  वर्ग सेमी

$\therefore$  खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 = शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 + अर्द्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 $= (137.5 + 77)$  वर्ग सेमी  
 $= 214.5$  वर्ग सेमी

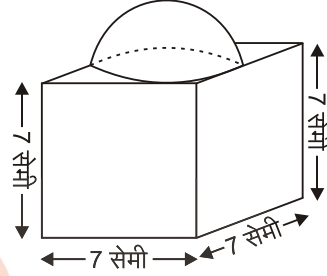
अतः खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 214.5 वर्ग सेमी।

उत्तर  
 प्रश्न 4. भुजा 7 सेमी वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्द्धगोला रखा हुआ है। अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल :  $\therefore$  अर्द्धगोले का आधार घन के ऊपरी फलक पर टिका है।

$\therefore$  अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास = घन की भुजा  
 $= 7$  सेमी (दिया है)  
 $\therefore$  अर्द्धगोले की त्रिज्या ( $r$ ) =  $\frac{7}{2}$  सेमी



तब, ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= घन का सम्पूर्ण पृष्ठ + अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ  
 - वृत्तीय आधार का क्षेत्रफल  
 $= 6 \times \text{भुजा}^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$   
 $= 6 \times \text{भुजा}^2 + \pi r^2$   
 $= 6 \times 7 \times 7 + \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$   
 $= 294 + \frac{77}{2} = 294 + 38.5$   
 $= 332.5$  वर्ग सेमी

अतः अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास = 7 सेमी  
 तथा ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 332.5 वर्ग सेमी। उत्तर  
 प्रश्न 5. एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अन्दर की ओर से काटकर एक अर्द्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्द्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

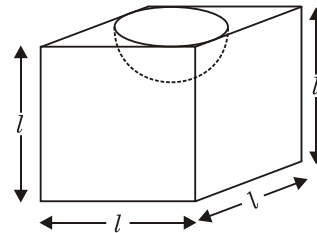
[NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, अर्द्धगोले का व्यास = घन की भुजा

$\therefore$  अर्द्धगोले का व्यास ( $2r$ ) =  $l$   
 $\therefore$  अर्द्धगोले की त्रिज्या  $r = \frac{l}{2}$

अर्द्धगोलाकार गड्ढा बनाने पर घन के पृष्ठ में अर्द्धगोले के वक्रपृष्ठ के बराबर क्षेत्र बढ़ जाएगा।

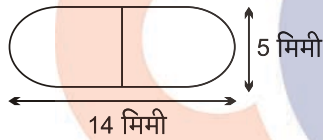
परन्तु अर्द्धगोले के आधार के क्षेत्रफल के बराबर क्षेत्र कम हो जाएगा।



अतः शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 = घन का वक्रपृष्ठ + अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ  
 - अर्द्धगोले के आधार का क्षेत्रफल  
 $= 6l^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$   
 $= 6l^2 + \pi r^2$   
 $= 6l^2 + \pi \left(\frac{l}{2}\right)^2 \quad \left(\because r = \frac{l}{2}\right)$   
 $= 6l^2 + \frac{\pi l^2}{4}$   
 $= \frac{24l^2 + \pi l^2}{4}$   
 $= \frac{l^2}{4} (\pi + 24)$  वर्ग सेमी मात्रक

अतः शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 $= \frac{l^2}{4} (\pi + 24)$  जहाँ  $l$  घन की भुजा है। उत्तर

प्रश्न 6. चित्र में दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्द्धगोला लगा हुआ है। पूरे कैप्सूल की लम्बाई 14 मिमी है और उसका व्यास 5 मिमी है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2019; NCERT EXERCISE]



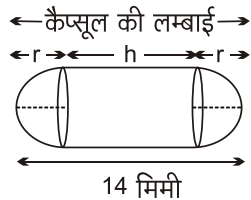
हल : दिया है, कैप्सूल का व्यास = 5 मिमी

$\therefore$  कैप्सूल की त्रिज्या ( $r$ ) = अर्द्धगोले की त्रिज्या =  $\frac{5}{2}$  मिमी  
 $\therefore$  बेलनाकार भाग की त्रिज्या ( $r$ ) =  $\frac{5}{2}$  मिमी

चित्र से स्पष्ट है कि

$\therefore$  कैप्सूल की लम्बाई =  $(2 \times \text{अर्द्धगोले की त्रिज्या}) +$   
 बेलनाकार भाग की ऊँचाई ( $h$ )  
 $= (2r + h)$

$\therefore$  दिया है,  $14 = 2r + h$   
 $\Rightarrow 2r + h = 14 \quad \dots(1)$



तब, कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $(2 \times \text{अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ})$   
 + बेलन का वक्रपृष्ठ

$$= 2 \times 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$= 2\pi r (2r + h)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times 14$$

[समीकरण (1) से]

$$= 220 \text{ वर्ग मिमी}$$

अतः कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 220 वर्ग मिमी।

उत्तर

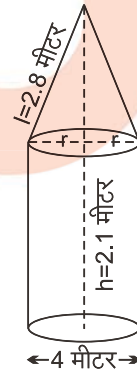
प्रश्न 7. कोई तम्बू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 मीटर और 4 मीटर हैं तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 मीटर है तो इस तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास (canvas) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही, ₹ 500 प्रति वर्ग मीटर की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवास की लागत ज्ञात कीजिए। (ध्यान दीजिए कि तम्बू के आधार को कैनवास से नहीं ढका जाता है।) [NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, बेलनाकार भाग का व्यास = 4 मीटर

$\therefore$  बेलनाकार भाग की त्रिज्या ( $r$ ) =  $\frac{4}{2}$  मीटर = 2 मीटर

और बेलनाकार भाग की ऊँचाई  $h = 2.1$  मीटर

$\therefore$  बेलनाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 $= 2\pi r h$   
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2.1 = 26.4$  वर्ग मीटर



शंकवाकार भाग की त्रिज्या ( $r$ ) = बेलन की त्रिज्या

$= \frac{4}{2}$  मीटर = 2 मीटर

दिया है,

शंकवाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई ( $l$ ) = 2.8 मीटर

तब, शंकवाकार भाग का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r l$   
 $= \frac{22}{7} \times 2 \times 2.8 = 17.6$  वर्ग मीटर

$\therefore$  पूरे तम्बू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलनाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + शंकवाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।

$= (26.4 + 17.6)$  वर्ग मीटर = 44 वर्ग मीटर

$\therefore$  1 वर्ग मीटर की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवास की लागत = ₹ 500

#### 4 | गणित ▶ कक्षा-10

∴ 44 वर्ग मीटर की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवस की लागत  
= ₹ 500 × 44 = ₹ 22000

अतः तम्बू में प्रयुक्त कैनवस का क्षेत्रफल = 44 वर्ग मीटर  
तथा कैनवस की लागत = ₹ 22000 उत्तर

प्रश्न 8. ऊँचाई 2.4 सेमी और व्यास 1.4 सेमी वाले एक ठोस बेलन में से इसी ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंक्वाकार खोल (cavity) काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेण्टीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2012, 18; NCERT EXERCISE]

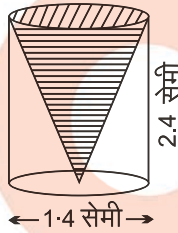
हल : दिया है, बेलन का व्यास = 1.4 सेमी

⇒ बेलन की त्रिज्या ( $r$ ) = 0.7 सेमी

तथा बेलन की ऊँचाई ( $h$ ) = 2.4 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{बेलन का वक्रपृष्ठ} &= 2\pi r h \\ &= 2\pi \times 0.7 \times 2.4 \\ &= 3.36\pi \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{और बेलन के आधार का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 0.7 \times 0.7 \\ &= 0.49\pi \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$



अब, शंकु की त्रिज्या ( $r$ ) = बेलन की त्रिज्या = 0.7 सेमी  
शंकु की ऊँचाई ( $h$ ) = बेलन की ऊँचाई = 2.4 सेमी  
यदि शंकु की तिर्यक ऊँचाई ( $l$ ) हो तो

$$\begin{aligned} l &= \sqrt{h^2 + r^2} \\ &= \sqrt{(2.4)^2 + (0.7)^2} \\ &= \sqrt{5.76 + 0.49} = \sqrt{6.25} = 2.5 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

तब, शंकु का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r l$   
=  $\pi \times 0.7 \times 2.5 = 1.75\pi$  वर्ग सेमी

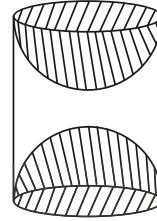
तब, ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्रपृष्ठ +  
आधार का क्षेत्रफल + शंकु का वक्रपृष्ठ  
=  $(3.36\pi + 0.49\pi + 1.75\pi)$  वर्ग सेमी  
=  $5.60\pi$  वर्ग सेमी  
=  $5.6 \times \frac{22}{7}$  वर्ग सेमी  
= 17.6 वर्ग सेमी  $\approx$  18 वर्ग सेमी

अतः शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 18 वर्ग सेमी।

उत्तर

प्रश्न 9. लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्द्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 सेमी है और आधार की त्रिज्या 3.5 सेमी है तो इस वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]



हल : माना बेलन की त्रिज्या  $r$  तथा ऊँचाई  $h$  है।

तब, अर्द्धगोले की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या ( $r$ ) = 3.5 सेमी  
तथा बेलन की ऊँचाई ( $h$ ) = 10 सेमी

अब, चित्र से स्पष्ट है कि वस्तु का

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल +  
दोनों अर्द्धगोलों का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2\pi r h + 2 \times 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r (h + 2r) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 (10 + 2 \times 3.5) \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times (17) = 374 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

अतः वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 374 वर्ग सेमी।

उत्तर

## ? प्रश्नावली | 12.2

प्रश्न 1. एक ठोस एक अर्द्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 सेमी हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन  $\pi$  के पदों में ज्ञात कीजिए। [2018; NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, अर्द्धगोले की त्रिज्या ( $r$ ) = शंकु की त्रिज्या  
= 1 सेमी

और शंकु की ऊँचाई ( $h$ ) = शंकु की त्रिज्या ( $r$ ) = 1 सेमी

$$\begin{aligned} \text{तब, अर्द्धगोले का आयतन} &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times (1)^3 \\ &= \frac{2}{3} \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा शंक्वाकार भाग का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times 1 \\ &= \frac{1}{3} \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ठोस का आयतन} &= \text{अर्द्धगोले का आयतन} \\ &\quad + \text{शंक्वाकार भाग का आयतन} \\ &= \left( \frac{2}{3} \pi + \frac{1}{3} \pi \right) \text{ घन सेमी} \\ &= \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

अतः ठोस का आयतन =  $\pi$  घन सेमी। उत्तर

**प्रश्न 2.** एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली ऐलुमिनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 सेमी है और इसकी लम्बाई 12 सेमी है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 सेमी हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अन्तर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए। (यह मान लीजिए कि मॉडल की आन्तरिक और बाहरी विमाएँ लगभग बराबर हैं)

[NCERT EXERCISE]

हल : मॉडल चित्र की भाँति है जिसमें बेलन के सिरों पर शंकु जुड़े हैं।

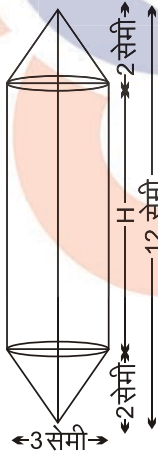
दिया है, इस मॉडल का व्यास = 3 सेमी  
 $\therefore$  शंकु के आधार की त्रिज्या ( $r$ ) = बेलन के आधार की त्रिज्या ( $r$ ) =  $\frac{3}{2}$  सेमी

मॉडल की कुल ऊँचाई = 12 सेमी  
 तथा प्रत्येक शंकु की ऊँचाई  $h = 2$  सेमी  
 $\therefore$  मॉडल की कुल ऊँचाई = प्रत्येक शंकु की ऊँचाई + बेलन की ऊँचाई

$$\begin{aligned} &= 2h + H \\ \text{या } 12 &= 2 \times 2 + H \\ \therefore H &= 12 - 4 = 8 \text{ सेमी} \\ \text{तब, बेलन का आयतन} &= \pi r^2 H \\ &= \pi \times \left( \frac{3}{2} \right)^2 \times 8 \\ &= 18 \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{और दोनों शंक्वाकार भागों का आयतन} &= 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{2}{3} \pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 \\ &= 3 \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

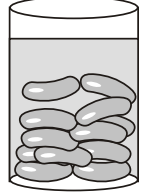
$\therefore$  मॉडल में अन्तर्विष्ट हवा का आयतन = पूरे मॉडल का आयतन - बेलन का आयतन + दोनों शंक्वाकार भागों का आयतन



$$\begin{aligned} &= 18 \pi + 3 \pi = 21 \pi \text{ घन सेमी} \\ &= 21 \times \frac{22}{7} = 66 \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

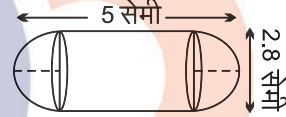
अतः मॉडल में अन्तर्विष्ट हवा का आयतन = 66 घन सेमी। उत्तर

**प्रश्न 3.** एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरों अर्द्धगोलाकार हैं तथा इसकी लम्बाई 5 सेमी और व्यास 2.8 सेमी है (देखिए आकृति)।



[NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, प्रत्येक गुलाबजामुन का व्यास = 2.8 सेमी  
 $\therefore$  प्रत्येक गुलाबजामुन की त्रिज्या ( $r$ ) = 1.4 सेमी  
 तथा प्रत्येक गुलाबजामुन की ऊँचाई = 5 सेमी  
 $\therefore$  प्रत्येक गुलाबजामुन के बेलनाकार भाग की ऊँचाई ( $h$ ) = गुलाबजामुन की ऊँचाई -  $2 \times$  त्रिज्या  
 $= 5 - 2 \times 1.4$   
 $= 5 - 2.8 = 2.2$  सेमी



अब, गुलाबजामुन के गोलाकार दोनों भागों का आयतन =  $2 \times$  अर्द्धगोले का आयतन  
 $= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$   
 $= 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$   
 $= 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.4)^3$  घन सेमी  
 $= \frac{34.496}{3}$  घन सेमी  
 $= 11.499$  घन सेमी (लगभग)  
 तथा गुलाबजामुन के बेलनाकार भाग का आयतन =  $\pi r^2 h$   
 $= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 2.2$   
 $= 13.552$  घन सेमी

$\therefore$  1 गुलाबजामुन का आयतन = गोलाकार दोनों भागों का आयतन + बेलनाकार भाग का आयतन  
 $= (13.552 + 11.499)$  घन सेमी  
 $= 25.051$  घन सेमी  
 $\therefore$  45 गुलाबजामुन का आयतन =  $45 \times 25.051$   
 $= 1127.295$  घन सेमी

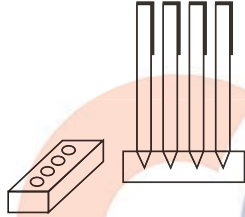
## 6 | गणित ▶ कक्षा-10

$$\begin{aligned} \therefore 45 \text{ गुलाबजामुन में चाशनी का आयतन} &= 1127.295 \text{ का } 30\% \\ &= \frac{1127.295 \times 30}{100} \\ &= 338.1855 \text{ घन सेमी} \\ &= 338 \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

(लगभग)

अतः 45 गुलाबजामुनों में चाशनी का आयतन = 338 घन सेमी (लगभग)। उत्तर

प्रश्न 4. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 सेमी × 10 सेमी × 3.5 सेमी हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 सेमी और गहराई 1.4 सेमी है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति)। [NCERT EXERCISE]



हल : दिया है, घनाभ की विमाएँ 15 सेमी × 10 सेमी × 3.5 सेमी हैं।

$$\therefore \text{घनाभ का आयतन} = 15 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} \times 3.5 \text{ सेमी} = 525 \text{ घन सेमी}$$

शंक्वाकार गड्ढे की त्रिज्या ( $r$ ) = 0.5 सेमी तथा शंक्वाकार गड्ढे की गहराई ( $h$ ) = 1.4 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{प्रत्येक शंक्वाकार गड्ढे का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.5 \times 0.5 \times 1.4 \\ &= \frac{1.1}{3} \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{चारों गड्ढों का आयतन} &= 4 \times \frac{1.1}{3} \\ &= \frac{4.4}{3} = 1.467 \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{कलमदान में लगी लकड़ी का आयतन} &= \text{घनाभ का आयतन} - 4 \text{ गड्ढों का आयतन} \\ &= (525 - 1.467) \text{ घन सेमी} \\ &= 523.533 \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

अतः पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन = 523.53 घन सेमी। उत्तर

प्रश्न 5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8 सेमी है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 सेमी है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5 सेमी त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं तो इसमें से भरे हुए पानी का एक-चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, शंकु की त्रिज्या  $r = 5$  सेमी तथा ऊँचाई ( $h$ ) = 8 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंक्वाकार बर्तन या उसमें भरे पानी का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 8 \\ &= \frac{200}{3} \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$\therefore$  सीसे की गोलियाँ डालने से  $\frac{1}{4}$  भाग पानी बाहर निकलता है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{बाहर निकले पानी का आयतन} &= \frac{1}{4} \times \text{बर्तन में भरे पानी का आयतन} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{200}{3} \pi = \frac{50}{3} \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$\therefore$  सीसे की प्रत्येक गोली की त्रिज्या ( $R$ ) = 0.5 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{सीसे की एक गोली का आयतन} &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (0.5)^3 \\ &= \frac{0.5}{3} \pi \text{ घन सेमी} \\ &= \frac{\pi}{6} \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$\therefore$  गोलियों की संख्या

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{गोलियों द्वारा विस्थापित पानी का आयतन}}{1 \text{ गोली का आयतन}} \\ &= \frac{\text{बाहर निकले पानी का आयतन}}{1 \text{ गोली का आयतन}} \\ &= \frac{\frac{50}{3} \pi}{\frac{\pi}{6}} = \frac{50 \pi}{3} \times \frac{6}{\pi} = 100 \end{aligned}$$

अतः बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या = 100 उत्तर

प्रश्न 6. ऊँचाई 220 सेमी और आधार व्यास 24 सेमी वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60 सेमी और त्रिज्या 8 सेमी वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का एक स्तम्भ बना है। इस स्तम्भ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए जबकि दिया है 1 सेमी<sup>3</sup> लोहे का द्रव्यमान लगभग 8 ग्राम होता है। ( $\pi = 3.14$  लीजिए।) [NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, एक बेलन का व्यास = 24 सेमी

$$\Rightarrow \text{त्रिज्या } (r) = \frac{24}{2} = 12 \text{ सेमी}$$

तथा ऊँचाई ( $h$ ) = 220 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{ इस बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times (12)^2 \times 220 \\ &= 31680 \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

इसी प्रकार,

दूसरे बेलन की त्रिज्या ( $R$ ) = 8 सेमी

तथा ऊँचाई ( $H$ ) = 60 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{ दूसरे बेलन का आयतन} &= \pi R^2 H \\ &= \pi \times (8)^2 \times 60 \\ &= 3840 \pi \text{ घन सेमी} \end{aligned}$$

$\therefore$  पूरे स्तम्भ का आयतन

= पहले बेलन का आयतन + दूसरे बेलन का आयतन

=  $(31680 \pi + 3840 \pi)$  घन सेमी

=  $35520 \pi = 35520 \times 3.14$  घन सेमी

= 111532.8 घन सेमी

$\therefore$  1 घन सेमी लोहे का द्रव्यमान = 8 ग्राम

$\therefore$  111532.8 घन सेमी लोहे का द्रव्यमान

$$= 111532.8 \times 8 \text{ ग्राम}$$

$$= 892262.4 \text{ ग्राम}$$

$$= \frac{892262.4}{1000} \text{ किग्रा}$$

$$= 892.2624 \text{ किग्रा} = 892.26 \text{ किग्रा}$$

अतः स्तम्भ का द्रव्यमान = 892.26 किग्रा। उत्तर

प्रश्न 7. एक ठोस में, ऊँचाई 120 सेमी और त्रिज्या 60 सेमी वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60 सेमी त्रिज्या वाले एक अर्द्धगोले पर आरोपित है। इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लम्ब वृत्तीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है कि यह बेलन की तली को स्पर्श करे। यदि बेलन की त्रिज्या 60 सेमी है और ऊँचाई 180 सेमी है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, बेलन की त्रिज्या  $r = 60$  सेमी

तथा ऊँचाई  $h = 180$  सेमी

$$\therefore \text{ बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times (60)^2 \times 180$$

$$= 648000 \pi \text{ घन सेमी}$$

शंकु की त्रिज्या  $R = 60$  सेमी

तथा ऊँचाई  $H = 120$  सेमी

$$\therefore \text{ शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 60 \times 60 \times 120$$

$$= 144000 \pi \text{ घन सेमी}$$

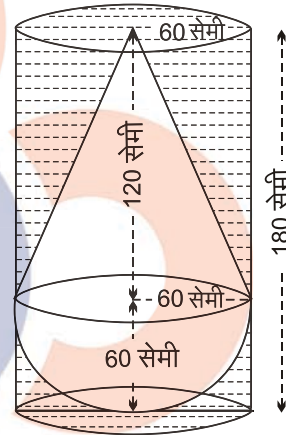
अर्द्धगोले की त्रिज्या = शंकु की त्रिज्या

$$(R) = 60 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{ अर्द्धगोले का आयतन} = \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$= \frac{2}{3} \pi (60)^3 \text{ घन सेमी}$$

$$= 144000 \pi \text{ घन सेमी}$$



$\therefore$  शंकु और अर्द्धगोले से अध्यारोपित ठोस का आयतन

= शंकु का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन

$$= (144000 + 144000) \pi \text{ घन सेमी}$$

$$= 288000 \pi \text{ घन सेमी}$$

तब, पानी से भरे बेलन में पानी का आयतन = बेलन का आयतन

$$= 648000 \pi \text{ घन सेमी}$$

ठोस द्वारा विस्थापित (हटाए गए) पानी का आयतन

$$= \text{शंकु और अर्द्धगोले से अध्यारोपित ठोस का आयतन}$$

$$= 288000 \pi \text{ घन सेमी}$$

$\therefore$  शेष बचे पानी का आयतन = पानी से भरे बेलन में पानी का आयतन - ठोस द्वारा विस्थापित पानी का आयतन

$$= (648000 \pi - 288000 \pi) \text{ घन सेमी}$$

$$= 360000 \pi \text{ घन सेमी}$$

$$= 360000 \times \frac{22}{7} \text{ घन सेमी}$$

## 8 | गणित ▶ कक्षा-10

$$\begin{aligned}
 &= 1131428.57 \text{ घन सेमी} \\
 &= \frac{1131428.57}{1000000} \text{ घन मीटर} \\
 &= 1.131 \text{ घन मीटर (लगभग)}
 \end{aligned}$$

अतः बेलन में शेष बचे पानी का आयतन = 1.131 घन मीटर ( लगभग )। उत्तर

प्रश्न 8. एक गोलाकार काँच के बर्तन की एक बेलन के आकार की गर्दन है जिसकी लम्बाई 8 सेमी और व्यास 2 सेमी है जबकि गोलाकार भाग का व्यास 8.5 सेमी है। इसमें भरे जा सकने वाले पानी की मात्रा मापकर, एक बच्चे ने यह ज्ञात किया कि इस बर्तन का आयतन 345 घन सेमी है। जाँच कीजिए कि उस बच्चे का उत्तर सही है या नहीं, यह मानते हुए कि उपर्युक्त मापन आन्तरिक मापन है और  $\pi = 3.14$ .

### [NCERT EXERCISE]

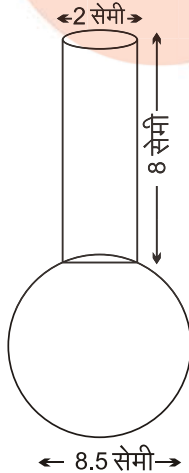
हल : दिया है, बेलनाकार भाग का व्यास = 2 सेमी

$$\therefore \text{बेलनाकार भाग की त्रिज्या } (r) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ सेमी}$$

तथा बेलनाकार भाग की ऊँचाई ( $h$ ) = 8 सेमी

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{बेलनाकार भाग का आयतन} &= \pi r^2 h \\
 &= \pi \times (1)^2 \times 8 \\
 &= 8\pi \text{ घन सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\text{गोलाकार भाग का व्यास} = 8.5 \text{ सेमी} = \frac{17}{2} \text{ सेमी}$$



$$\therefore \text{गोलाकार भाग की त्रिज्या } R = \frac{1}{2} \times \frac{17}{2} = \frac{17}{4} \text{ सेमी}$$

$\therefore$  गोलाकार भाग का आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{17}{4}\right)^3 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times \frac{17}{4} \times \frac{17}{4} \times \frac{17}{4} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4913}{48} \pi \text{ घन सेमी}$$

तब, बर्तन का आयतन = गोलाकार भाग का आयतन

+ बेलनाकार भाग का आयतन

$$= \left(\frac{4913}{48} \pi + 8\pi\right) \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4913 + 384}{48} \pi \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{5297}{48} \pi \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{5297}{48} \times 3.14 \text{ घन सेमी}$$

( $\because \pi = 3.14$ )

$$= \frac{16632.58}{48} \text{ घन सेमी}$$

$$= 346.51 \text{ घन सेमी}$$

$\therefore$  बच्चे का उत्तर 345 घन सेमी सही नहीं है।

अतः बर्तन का सही आयतन = 346.51 घन सेमी। उत्तर