

03

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

(A Pair of Linear Equations of Two Variables)

? प्रश्नावली | 3.1

प्रश्न 1. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

(i) कक्षा X के 10 विद्यार्थियों ने एक गणित की पहली प्रतियोगिता में भाग लिया। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या से 4 अधिक हो तो प्रतियोगिता में भाग लिए लड़कों और लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) 5 पेन्सिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य ₹ 50 है जबकि 7 पेन्सिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य ₹ 46 है। एक पेन्सिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : (i) माना लड़कियों की संख्या x तथा लड़कों की संख्या y है।

∴ कुल संख्या = $(x + y)$
परन्तु प्रश्नानुसार कुल विद्यार्थियों की संख्या 10 है।

∴ $x + y = 10$
∴ लड़कियों की संख्या x , लड़कों की संख्या y से 4 अधिक है।
∴ $x = y + 4$

या $x - y = 4$

अतः रैखिक समीकरण युग्म : $x + y = 10 \dots(1)$
 $x - y = 4 \dots(2)$ } उत्तर

ज्यामितीय निरूपण :

क्रिया-विधि : (1) दिए हुए समीकरण युग्म का पहला समीकरण : $x + y = 10$

(2) माना $x = 3$, तब x का मान समीकरण $x + y = 10$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$3 + y = 10$$

या $y = 10 - 3$ या $y = 7$

(3) तब समीकरण $x + y = 10$ के आलेख पर एक बिन्दु $A \equiv (3, 7)$ है।

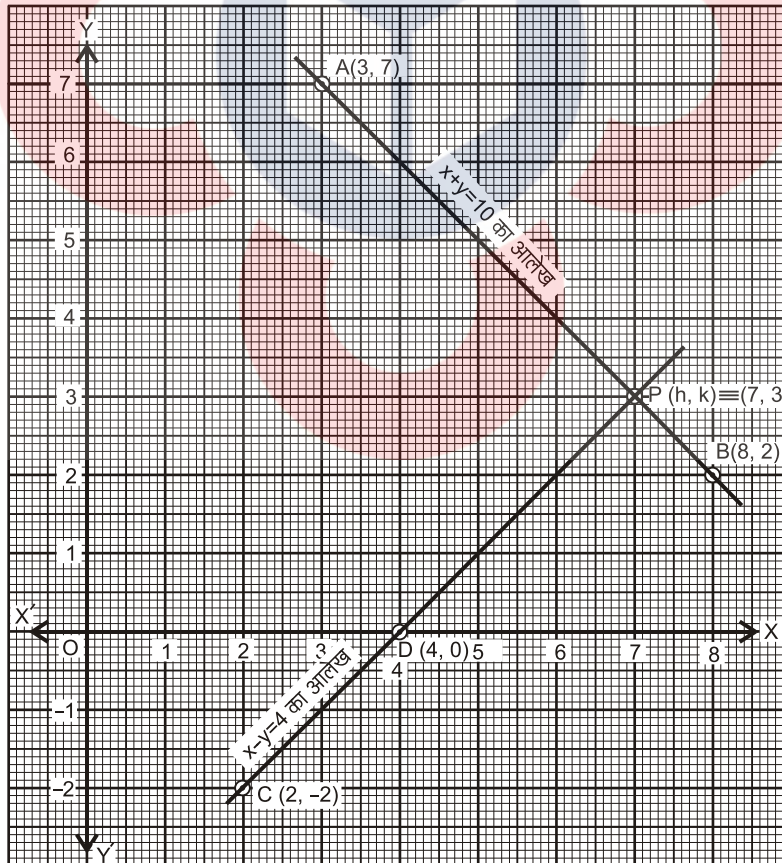
(4) पुनः माना $x = 8$, तब x का मान समीकरण $x + y = 10$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$8 + y = 10$$

या $y = 10 - 8$

या $y = 2$

(5) तब समीकरण $x + y = 10$ के आलेख पर एक बिन्दु $B \equiv (8, 2)$ है।



2 | गणित ▶ कक्षा-10

(6) ग्राफ पेपर पर बिन्दुओं $A(3, 7)$ तथा $B(8, 2)$ को आलेखित (Plotting) कीजिए और दिए गए समीकरण का आलेख AB खींचिए।

(7) दिए हुए समीकरण युग्म का दूसरा समीकरण :

$$x - y = 4$$

(8) माना $x = 2$, तब x का मान समीकरण $x - y = 4$ में प्रतिस्थापित करने पर :

$$2 - y = 4$$

या $-y = 4 - 2$

या $y = -2$

(9) तब समीकरण $x - y = 4$ के आलेख पर एक बिन्दु $C \equiv (2, -2)$ है।

(10) पुनः माना $x = 4$, तब x का मान समीकरण $x - y = 4$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$4 - y = 4$$

या $-y = 4 - 4$

या $-y = 0$

या $y = 0$

(11) तब समीकरण $x - y = 4$ के आलेख पर एक बिन्दु $D \equiv (4, 0)$ है।

(12) ग्राफ पेपर पर बिन्दु $C \equiv (2, -2)$ तथा $D \equiv (4, 0)$ को आलेखित कर दिए हुए समीकरण का आलेख CD खींचिए।

(13) ऋजु रेखाओं AB तथा CD का प्रतिच्छेद बिन्दु $P(h, k)$ ज्ञात कीजिए। बिन्दु P के निर्देशांक $P(7, 3)$ आलेख से ज्ञात कीजिए।

(14) दिए हुए समीकरण-युग्म का एक अद्वितीय सार्व हल $x = 7, y = 3$ है।

अतः लड़कियों की संख्या = 7 }
तथा लड़कों की संख्या = 3 } उत्तर

● (ii) मान लिया कि एक पेन्सिल का मूल्य ₹ x है तथा 1 कलम का मूल्य ₹ y है।

∴ 5 पेन्सिलों और 7 कलमों का मूल्य = ₹ 50

∴ $5x + 7y = 50$

इसी प्रकार, 7 पेन्सिल और 5 कलम का मूल्य = ₹ 46

∴ $7x + 5y = 46$

अतः रैखिक समीकरण युग्म :

$$5x + 7y = 50 \quad \dots(1)$$

$$7x + 5y = 46 \quad \dots(2)$$

} उत्तर

ज्यामितीय निरूपण :

क्रिया-विधि : (1) दिए हुए समीकरण युग्म का पहला समीकरण : $5x + 7y = 50$

(2) माना $x = 10$, तब x का मान समीकरण $5x + 7y = 50$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$5 \times 10 + 7y = 50$$

या $50 + 7y = 50$

या $7y = 50 - 50$

या $7y = 0$

या $y = 0$

(3) तब समीकरण $5x + 7y = 50$ के आलेख पर एक बिन्दु $A \equiv (10, 0)$ है।

(4) पुनः माना $x = -4$, तब x का मान समीकरण $5x + 7y = 50$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$(5 \times -4) + 7y = 50$$

या $-20 + 7y = 50$

या $7y = 50 + 20$

या $7y = 70$

या $y = 10$

(5) तब समीकरण $5x + 7y = 50$ के आलेख पर एक बिन्दु $B \equiv (-4, 10)$ है।

(6) ग्राफ पेपर पर बिन्दुओं $A \equiv (10, 0)$ तथा $B \equiv (-4, 10)$ को आलेखित (plotting) कीजिए और दिए गए समीकरण का आलेख AB खींचिए।

(7) दिए हुए समीकरण युग्म का दूसरा समीकरण :

$$7x + 5y = 46$$

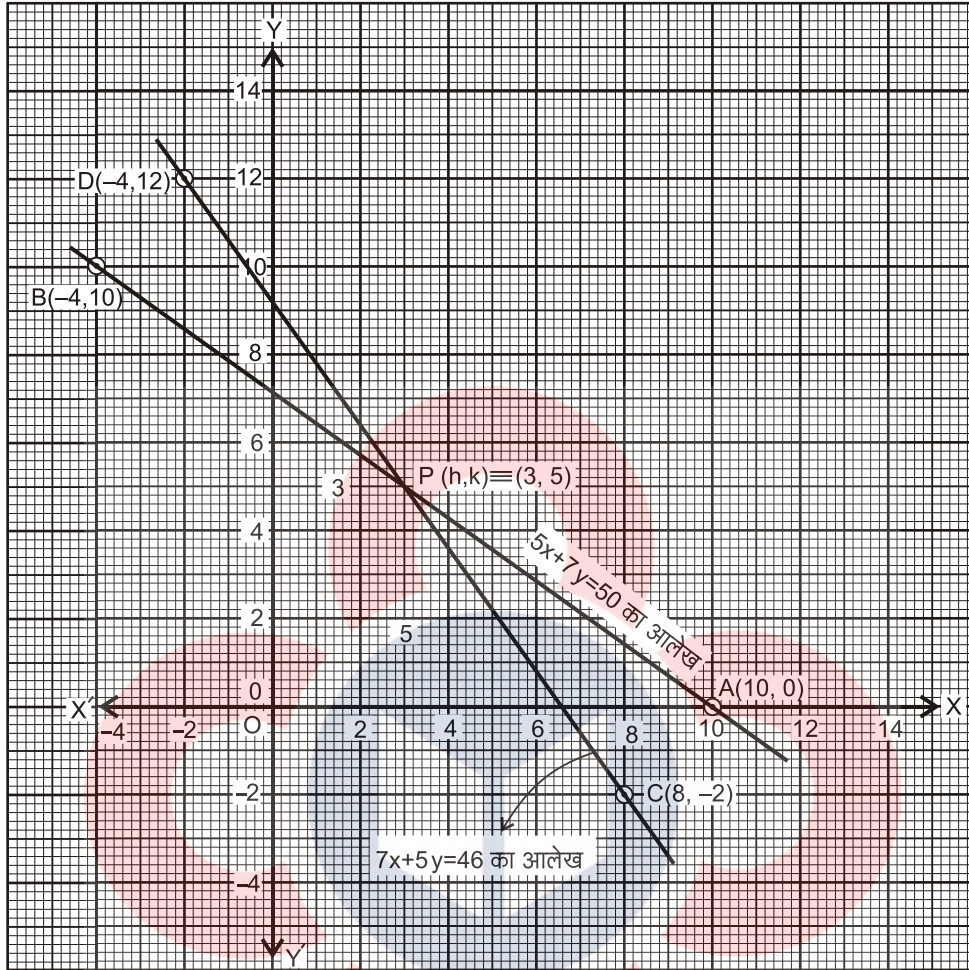
(8) माना $x = 8$, तब x का मान समीकरण $7x + 5y = 46$ में प्रतिस्थापित करने पर :

$$7 \times 8 + 5y = 46$$

या $56 + 5y = 46$

या $5y = -10$

या $y = -\frac{10}{5} = -2$



- (9) तब समीकरण $7x + 5y = 46$ के आलेख पर एक बिन्दु $C \equiv (8, -2)$ है।
- (10) पुनः माना $x = -2$, तब x का मान समीकरण $7x + 5y = 46$ में प्रतिस्थापित करने पर,
 $(7 \times -2) + 5y = 46$
या $-14 + 5y = 46$
या $5y = 46 + 14$
या $5y = 60$
या $y = 12$
- (11) तब समीकरण $7x + 5y = 46$ के आलेख पर एक बिन्दु $D \equiv (-2, 12)$ है।
- (12) ग्राफ पेपर पर बिन्दु $C \equiv (8, -2)$ तथा $D \equiv (-2, 12)$ को आलेखित कर दिए हुए समीकरण का आलेख CD खींचिए।
- (13) ऋजु रेखाओं AB तथा CD का प्रतिच्छेद बिन्दु $P(h, k)$ ज्ञात कीजिए। बिन्दु P के निर्देशांक $P(3, 5)$ आलेख से ज्ञात कीजिए।
- (14) दिए हुए समीकरण युग्म का एक अद्वितीय सार्व हल $x = 3, y = 5$ है।
अतः एक पेन्सिल का मूल्य ₹ 3 और एक कलम का मूल्य ₹ 5 है।
- उत्तर

4 | गणित ▶ कक्षा-10

प्रश्न 2. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं, समान्तर हैं अथवा सम्पाती हैं : [NCERT EXERCISE]

- (i) $5x - 4y + 8 = 0$
 $7x + 6y - 9 = 0$
 (ii) $9x + 3y + 12 = 0$
 $18x + 6y + 24 = 0$
 (iii) $6x - 3y + 10 = 0$
 $2x - y + 9 = 0$

हल : (i) दिया हुआ रैखिक समीकरण युग्म :

$$5x - 4y + 8 = 0 \quad \dots(1)$$

$$7x + 6y - 9 = 0 \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना व्यापक रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 5, \quad b_1 = -4, \quad c_1 = 8$$

$$a_2 = 7, \quad b_2 = 6, \quad c_2 = -9$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9}$$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ अतः समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ

एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं। उत्तर

- (ii) दिया हुआ रैखिक समीकरण युग्म :
 $9x + 3y + 12 = 0 \quad \dots(1)$
 $18x + 6y + 24 = 0 \quad \dots(2)$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना व्यापक रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 9, \quad b_1 = 3, \quad c_1 = 12$$

$$a_2 = 18, \quad b_2 = 6, \quad c_2 = 24$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ अतः समीकरण युग्म द्वारा निरूपित

रेखाएँ सम्पाती हैं। उत्तर

- (iii) दिया हुआ रैखिक समीकरण युग्म :
 $6x - 3y + 10 = 0 \quad \dots(1)$
 $2x - y + 9 = 0 \quad \dots(2)$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना व्यापक रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 6, \quad b_1 = -3, \quad c_1 = 10$$

$$a_2 = 2, \quad b_2 = -1, \quad c_2 = 9$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = 3; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = 3;$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण युग्म द्वारा निरूपित ऋजु रेखाएँ समान्तर हैं। उत्तर

प्रश्न 3. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर

ज्ञात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं या असंगत : [NCERT EXERCISE]

- (i) $3x + 2y = 5;$ (ii) $2x - 3y = 8;$
 $2x - 3y = 7$ $4x - 6y = 9$

[2019]

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7;$

$$9x - 10y = 14$$

[2019]

(iv) $5x - 3y = 11;$
 $-10x + 6y = -22$

(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8;$

$$2x + 3y = 12$$

हल : (i) दिया हुआ समीकरण युग्म :

$$3x + 2y = 5$$

$$3x + 2y - 5 = 0 \quad \dots(1)$$

$$2x - 3y = 7$$

$$2x - 3y - 7 = 0 \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 3, \quad b_1 = 2, \quad c_1 = -5$$

$$a_2 = 2, \quad b_2 = -3, \quad c_2 = -7$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}; \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-7} = \frac{5}{7}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

\therefore उक्त समीकरण युग्म प्रतिच्छेदी रेखाएँ निरूपित करेगा और रैखिक समीकरण युग्म का एक अद्वितीय हल है

अतः दिया हुआ रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है।

उत्तर

- (ii) दिया हुआ समीकरण युग्म :

$$\begin{aligned} & 2x - 3y = 8 \\ \text{या} & 2x - 3y - 8 = 0 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} & 4x - 6y = 9 \\ \text{या} & 4x - 6y - 9 = 0 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$\begin{aligned} a_1 &= 2, & b_1 &= -3, & c_1 &= -8 \\ a_2 &= 4, & b_2 &= -6, & c_2 &= -9 \\ \text{यहाँ} \frac{a_1}{a_2} &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; & \frac{b_1}{b_2} &= \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}; \\ \frac{c_1}{c_2} &= \frac{-8}{-9} = \frac{8}{9} \\ \therefore \frac{a_1}{a_2} &= \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \end{aligned}$$

∴ उक्त समीकरण युग्म समान्तर रेखाएँ निरूपित करेगा और दिए गए समीकरण युग्म का कोई हल नहीं है।

अतः दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म असंगत है।

- (iii) दिया हुआ समीकरण युग्म :

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7 \\ \text{या} & \frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y - 7 = 0 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} & 9x - 10y = 14 \\ \text{या} & 9x - 10y - 14 = 0 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{3}{2}, & b_1 &= \frac{5}{3}, & c_1 &= -7 \\ a_2 &= 9, & b_2 &= -10, & c_2 &= -14 \\ \text{यहाँ} \frac{a_1}{a_2} &= \frac{3/2}{9} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{6}; \\ \frac{b_1}{b_2} &= \frac{5/3}{-10} = \frac{5}{3} \times -\frac{1}{10} = -\frac{1}{6}; \\ \frac{c_1}{c_2} &= \frac{-7}{-14} = \frac{1}{2} \\ \therefore \frac{a_1}{a_2} &\neq \frac{b_1}{b_2} \end{aligned}$$

∴ उक्त समीकरण युग्म प्रतिच्छेदी रेखाएँ निरूपित करेगा और समीकरण युग्म का एक अद्वितीय हल है।

अतः दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है।

उत्तर

- (iv) दिया हुआ समीकरण युग्म :

$$\begin{aligned} & 5x - 3y = 11 \\ \text{या} & 5x - 3y - 11 = 0 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} & -10x + 6y = -22 \\ \text{या} & -10x + 6y + 22 = 0 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$\begin{aligned} a_1 &= 5, & b_1 &= -3, & c_1 &= -11 \\ a_2 &= -10, & b_2 &= 6, & c_2 &= 22 \\ \text{यहाँ} \frac{a_1}{a_2} &= \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}; \\ \frac{b_1}{b_2} &= \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}; \\ \frac{c_1}{c_2} &= \frac{-11}{22} = -\frac{1}{2} \\ \therefore \frac{a_1}{a_2} &= \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \end{aligned}$$

∴ उक्त समीकरण युग्म सम्पाती रेखाएँ निरूपित करेगा और समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।

अतः दिया गया समीकरणों का युग्म संगत है। उत्तर

- (v) दिया हुआ समीकरण युग्म :

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3}x + 2y = 8 \\ \text{या} & \frac{4}{3}x + 2y - 8 = 0 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} & 2x + 3y = 12 \\ \text{या} & 2x + 3y - 12 = 0 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{4}{3}, & b_1 &= 2, & c_1 &= -8 \\ a_2 &= 2, & b_2 &= 3, & c_2 &= -12 \\ \text{यहाँ} \frac{a_1}{a_2} &= \frac{4/3}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}; \\ \frac{b_1}{b_2} &= \frac{2}{3}; & \frac{c_1}{c_2} &= \frac{-8}{-12} = \frac{2}{3} \\ \therefore \frac{a_1}{a_2} &= \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}; \end{aligned}$$

∴ उक्त समीकरण युग्म सम्पाती रेखाएँ निरूपित करेगा और समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।

अतः दिया गया समीकरणों का युग्म संगत है। उत्तर

6 | गणित ▶ कक्षा-10

प्रश्न 4. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों में से कौन-से युग्म संगत/असंगत हैं, यदि संगत हैं तो ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए : [NCERT EXERCISE]

(i) $x + y = 5$, (ii) $x - y = 8$,
 $2x + 2y = 10$ $3x - 3y = 16$
 (iii) $2x + y - 6 = 0$, (iv) $2x - 2y - 2 = 0$,
 $4x - 2y - 4 = 0$ $4x - 4y - 5 = 0$

हल : (i) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$x + y = 5$$

या $x + y - 5 = 0$... (1)

$$2x + 2y = 10$$

या $2x + 2y - 10 = 0$... (2)

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म हल है

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 1, \quad c_1 = -5$$

$$a_2 = 2, \quad b_2 = 2, \quad c_2 = -10$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2};$$

\therefore उक्त समीकरण युग्म सम्पाती रेखाएँ निरूपित करेगा और समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।

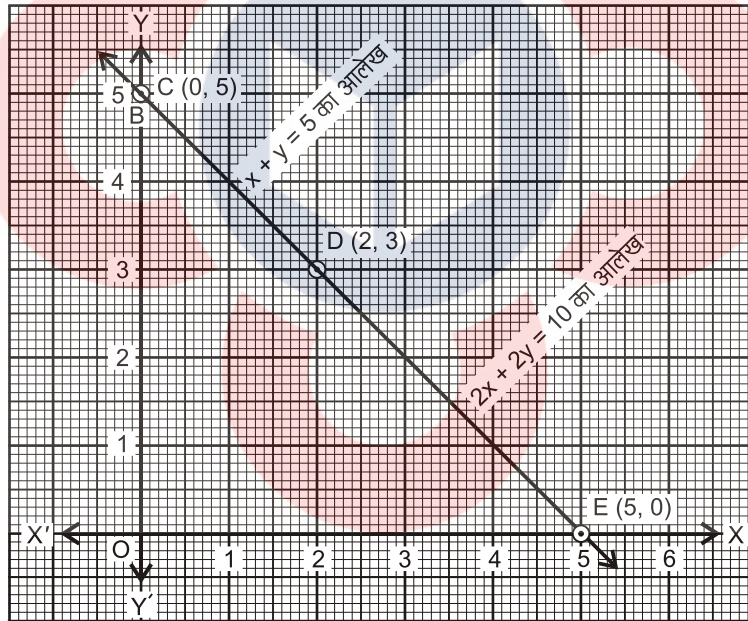
अतः **समीकरण युग्म संगत है।**

उत्तर

उक्त समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ सम्पाती होंगी क्योंकि दोनों समीकरण एक ही हैं।

अतः रेखा $x + y = 5$ या $x = 5 - y$ समीकरण युग्म का

जबकि y का मान एक वास्तविक संख्या है।



क्रियाविधि

अब माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$0 + y = 5 \Rightarrow y = 5$$

\therefore समीकरण (1) के आलेख पर एक बिन्दु $C \equiv (0, 5)$ प्राप्त होता है।

पुनः माना $x = 5$ तब x का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$5 + y = 5 \Rightarrow y = 0$$

\therefore समीकरण (1) के आलेखन पर एक अन्य बिन्दु $E \equiv (5, 0)$ प्राप्त होता है।

इसी प्रकार, माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$2 \times 0 + 2y = 10$$

$$0 + 2y = 10 \Rightarrow y = 5$$

\therefore समीकरण (2) के आलेखन पर एक बिन्दु $B \equiv (0, 5)$ प्राप्त होता है।

पुनः माना $x = 2$, तब x का मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$2 \times 2 + 2y = 10$$

$$\Rightarrow 4 + 2y = 10$$

$$\Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

\therefore समीकरण (2) के आलेख पर एक अन्य बिन्दु $D \equiv (2, 3)$ प्राप्त होता है। अब ग्राफ पेपर बिन्दुओं $C \equiv (0, 5)$ तथा $E \equiv (5, 0)$ को अंकित कर ऋजु रेखा CE प्राप्त करते हैं। इसी प्रकार बिन्दुओं $B \equiv (0, 5)$ तथा $D \equiv (2, 3)$ को अंकित कर ऋजु रेखा BD प्राप्त करते हैं।

उक्त ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनों रेखाएँ सम्पाती हैं। ऐसा इसलिए है क्योंकि दोनों समीकरणों तुल्य हैं अर्थात् एक को दूसरे से प्राप्त किया जा सकता है।

● (ii) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$x - y = 8$$

$$\text{या } x - y - 8 = 0 \quad \dots(1)$$

$$3x - 3y = 16$$

$$\text{या } 3x - 3y - 16 = 0 \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 1, \quad b_1 = -1, \quad c_1 = -8$$

$$a_2 = 3, \quad b_2 = -3, \quad c_2 = -16$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

\therefore उक्त समीकरण युग्म समान्तर रेखाएँ निरूपित करेगा और दिए गए समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होगा।

अतः दिया गया समीकरण युग्म असंगत है। उत्तर

● (iii) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$2x + y - 6 = 0 \quad \dots(1)$$

$$4x - 2y - 4 = 0 \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 1, \quad c_1 = -6$$

$$a_2 = 4, \quad b_2 = -2, \quad c_2 = -4$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

\therefore उक्त समीकरण युग्म प्रतिच्छेदी रेखाएँ निरूपित करेगा।

अतः समीकरण युग्म संगत है और इसका एक अद्वितीय हल होगा।

क्रिया-विधि : (1) दिए हुए समीकरण युग्म का पहला समीकरण : $2x + y - 6 = 0$

(2) माना $x = 3$, तब x का मान समीकरण $2x + y - 6 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$2 \times 3 + y - 6 = 0$$

$$\text{या } 6 + y - 6 = 0 \quad \text{या } y = 0$$

(3) तब समीकरण $2x + y - 6 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $A \equiv (3, 0)$ है।

(4) पुनः माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण $2x + y - 6 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$2 \times 0 + y - 6 = 0$$

$$\text{या } 0 + y - 6 = 0 \quad \text{या } y = 6$$

(5) तब समीकरण $2x + y - 6 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $B \equiv (0, 6)$ है।

(6) ग्राफ पेपर पर बिन्दुओं $A \equiv (3, 0)$ तथा $B \equiv (0, 6)$ को आलेखित (Plotting) कीजिए और दिए गए समीकरण का आलेख AB खींचिए।

(7) दिए हुए समीकरण युग्म का दूसरा समीकरण :

$$4x - 2y - 4 = 0$$

(8) माना $x = 1$, तब x का मान समीकरण $4x - 2y - 4 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर :

$$4 \times 1 - 2y - 4 = 0$$

$$\text{या } 4 - 2y - 4 = 0$$

$$\text{या } 0 - 2y = 0$$

$$\text{या } y = 0$$

(9) तब समीकरण $4x - 2y - 4 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $C \equiv (1, 0)$ है।

(10) पुनः माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण $4x - 2y - 4 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$4 \times 0 - 2y - 4 = 0$$

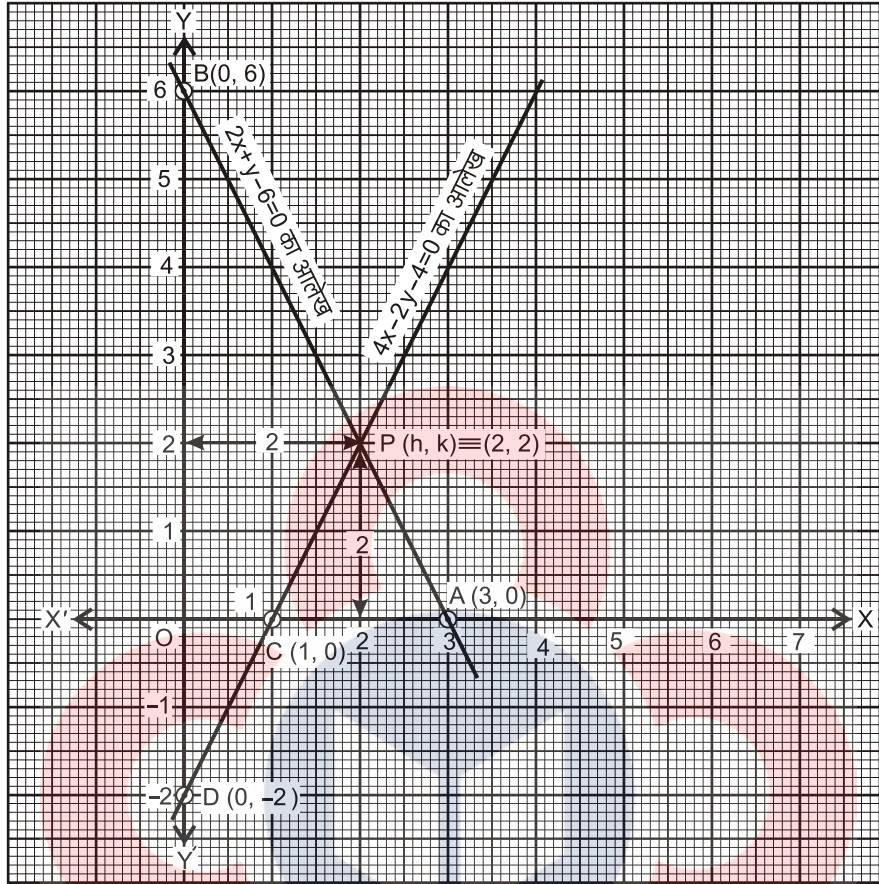
$$\text{या } 0 - 2y - 4 = 0$$

$$\text{या } -2y = 4$$

$$\text{या } y = -2$$

(11) तब समीकरण $4x - 2y - 4 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $D \equiv (0, -2)$ है।

(12) ग्राफ पेपर पर बिन्दु $C \equiv (1, 0)$ तथा $D \equiv (0, -2)$ को आलेखित कर दिए हुए समीकरण का आलेख CD खींचिए।



(13) ऋजु रेखाओं AB तथा CD का प्रतिच्छेद बिन्दु $P(h, k)$ ज्ञात कीजिए। बिन्दु P के निर्देशांक $P(2, 2)$ आलेख से ज्ञात कीजिए।

(14) दिए हुए समीकरण-युग्म का एक अद्वितीय सार्व हल $x = 2, y = 2$ है।

● (iv) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$2x - 2y - 2 = 0 \quad \dots(1)$$

$$4x - 4y - 5 = 0 \quad \dots(2)$$

उक्त समीकरण युग्म की तुलना रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर,

$$a_1 = 2, \quad b_1 = -2, \quad c_1 = -2$$

$$a_2 = 4, \quad b_2 = -4, \quad c_2 = -5$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

\therefore उक्त समीकरण युग्म समान्तर रेखाएँ निरूपित करेगा और समीकरण युग्म का कोई हल प्राप्त नहीं होगा।

प्रश्न 5. एक आयताकार बाग, जिसकी लम्बाई, चौड़ाई से 4 मीटर अधिक है, का अर्द्धपरिमाप 36 मीटर है। बाग की विमाएँ ज्ञात कीजिए। [2019; NCERT EXERCISE]

हल : माना आयताकार बाग की लम्बाई x मीटर तथा चौड़ाई y मीटर है।

प्रश्नानुसार, लम्बाई x , चौड़ाई y से 4 मीटर अधिक है।

$$\therefore x = y + 4 \quad \text{या} \quad x - y = 4$$

$$\text{आयताकार बाग की परिमाप} = 2 (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) = 2(x + y) \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{आयताकार बाग की अर्द्धपरिमाप} = \frac{1}{2} \times \text{परिमाप} = \frac{1}{2} \times 2(x + y) = (x + y) \text{ मीटर}$$

परन्तु यह दिया है कि अर्द्धपरिमाप 36 मीटर है।

$$\therefore x + y = 36$$

$$\text{अतः रैखिक समीकरण युग्म : } x - y = 4 \quad \dots(1)$$

$$x + y = 36 \quad \dots(2)$$

रैखिक समीकरण युग्म का ज्यामितीय हल :

क्रिया-विधि : (1) दिए हुए समीकरण युग्म का पहला समीकरण : $x - y = 4$

(2) माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण $x - y = 4$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$0 - y = 4 \quad \text{या} \quad y = -4$$

(3) तब समीकरण $x - y = 4$ के आलेख पर एक बिन्दु $A \equiv (0, -4)$ है।

(4) पुनः माना $x = 4$, तब x का मान समीकरण $x - y = 4$ में प्रतिस्थापित करने पर,

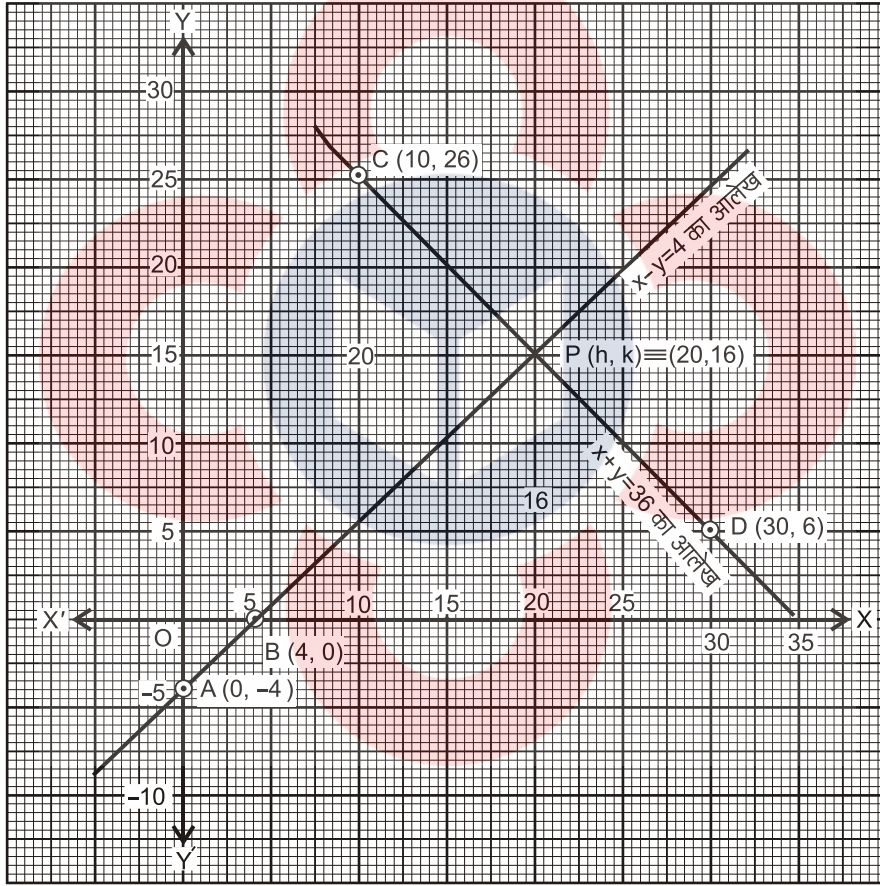
$$4 - y = 4 \quad \text{या} \quad -y = 4 - 4 \quad \text{या} \quad -y = 0 \quad \text{या} \quad y = 0$$

(5) तब समीकरण $x - y = 4$ के आलेख पर एक बिन्दु

(6) ग्राफ पेपर पर बिन्दुओं $A(0, -4)$ तथा $B(4, 0)$ को आलेखित (Plotting) कीजिए और दिए गए समीकरण का आलेख AB खींचिए।

(7) दिए हुए समीकरण युग्म का दूसरा समीकरण :

$$x + y = 36$$



(8) माना $x = 10$, तब x का मान समीकरण $x + y = 36$ में प्रतिस्थापित करने पर :

$$10 + y = 36$$

$$\text{या} \quad y = 36 - 10$$

$$\text{या} \quad y = 26$$

(9) तब समीकरण $x + y = 36$ के आलेख पर एक बिन्दु $C \equiv (10, 26)$ है।

(10) पुनः माना $x = 30$, तब x का मान समीकरण $x + y = 36$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$30 + y = 36 \quad \text{या} \quad y = 36 - 30 \quad \text{या} \quad y = 6$$

(11) तब समीकरण $x + y = 36$ के आलेख पर एक बिन्दु $D \equiv (30, 6)$ है।

10 | गणित ► कक्षा-10

(12) ग्राफ पेपर पर बिन्दु $C \equiv (10, 26)$ तथा $D \equiv (30, 6)$ को आलेखित कर दिए हुए समीकरण का आलेख CD खींचिए।

(13) ऋजु रेखाओं AB तथा CD का प्रतिच्छेद बिन्दु $P(h, k)$ ज्ञात कीजिए। बिन्दु P के निर्देशांक आलेख से $P(20, 16)$ ज्ञात कीजिए।

(14) दिए हुए समीकरण युग्म का एक अद्वितीय सार्व हल $x = 20, y = 16$ है।

अतः आयताकार बाग की लम्बाई 20 मीटर तथा चौड़ाई 16 मीटर है।

प्रश्न 6. एक रैखिक समीकरण $2x + 3y - 8 = 0$ दी गई है। दो चरों में एक ऐसी रैखिक समीकरण लिखिए ताकि प्राप्त युग्म का ज्यामितीय निरूपण जैसा कि

(i) प्रतिच्छेद करती रेखाएँ हों।

(ii) समान्तर रेखाएँ हों।

(iii) सम्पाती रेखाएँ हों।

[NCERT EXERCISE]

हल : दिया गया रैखिक समीकरण $2x + 3y - 8 = 0$ की तुलना समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ से करने पर, तब, $a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = -8$

माना अभीष्ट रैखिक समीकरण $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ है

● (i) जब समीकरण युग्म, प्रतिच्छेद करती हुई रेखाएँ निरूपित करता है तो

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{2}{a_2} \neq \frac{3}{b_2}$$

अर्थात् a_2 , दो अथवा शून्य नहीं होना चाहिए

और b_2 , तीन अथवा शून्य नहीं होना चाहिए।

तब, अभीष्ट रेखा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

जबकि $a_2 \neq 2$ तथा $b_2 \neq 3$ और $(a_1 \neq 0, b_1 \neq 0)$

और a_2, b_2 व c_2 वास्तविक संख्याएँ हैं।

उत्तर

● (ii) जब समीकरण युग्म समान्तर रेखाएँ निरूपित करता है तो

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\therefore \frac{2}{a_2} = \frac{3}{b_2} \neq \frac{-8}{c_2}$$

$$\therefore \frac{2}{a_2} = \frac{3}{b_2} \Rightarrow \frac{a_2}{b_2} = \frac{2}{3} \text{ अर्थात् } a_2 \text{ और } b_2 \text{ में } 2:3 \text{ का}$$

अनुपात होना चाहिए।

$\therefore a_2 = 2k$ तथा $b_2 = 3k$, जहाँ k एक स्थिरांक है।

$$\therefore \frac{3}{b_2} \neq \frac{-8}{c_2} \text{ या } \frac{3}{3k} \neq \frac{-8}{c_2} \Rightarrow c_2 \neq -8k$$

अतः अभीष्ट समीकरण: $2kx + 3ky + nk = 0$

जबकि $n \neq -8$

उत्तर

जबकि k एक आनुपातिक स्थिरांक है।

● (iii) जब समीकरण युग्म सम्पाती रेखाएँ निरूपित करता है तो

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a_2} = \frac{3}{b_2} = \frac{-8}{c_2} = \frac{1}{k} \quad (\text{माना})$$

$$\Rightarrow a_2 = 2k, b_2 = 3k \text{ और } c_2 = -8k$$

अतः अभीष्ट समीकरण : $2kx + 3ky - 8k = 0$ जहाँ

k एक आनुपातिक स्थिरांक है।

उत्तर

प्रश्न 7. समीकरणों $x - y + 1 = 0$ और $3x + 2y - 12 = 0$ का ग्राफ खींचिए। X -अक्ष और इन रेखाओं से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए और त्रिभुजाकार पटल को छायांकित कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : दिए हुए समीकरण : $x - y + 1 = 0 \quad \dots(1)$

$$3x + 2y - 12 = 0 \quad \dots(2)$$

समीकरण $x - y + 1 = 0$ के आलेख के लिए :

(1) माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण $x - y + 1 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$0 - y + 1 = 0 \text{ या } y = 1$$

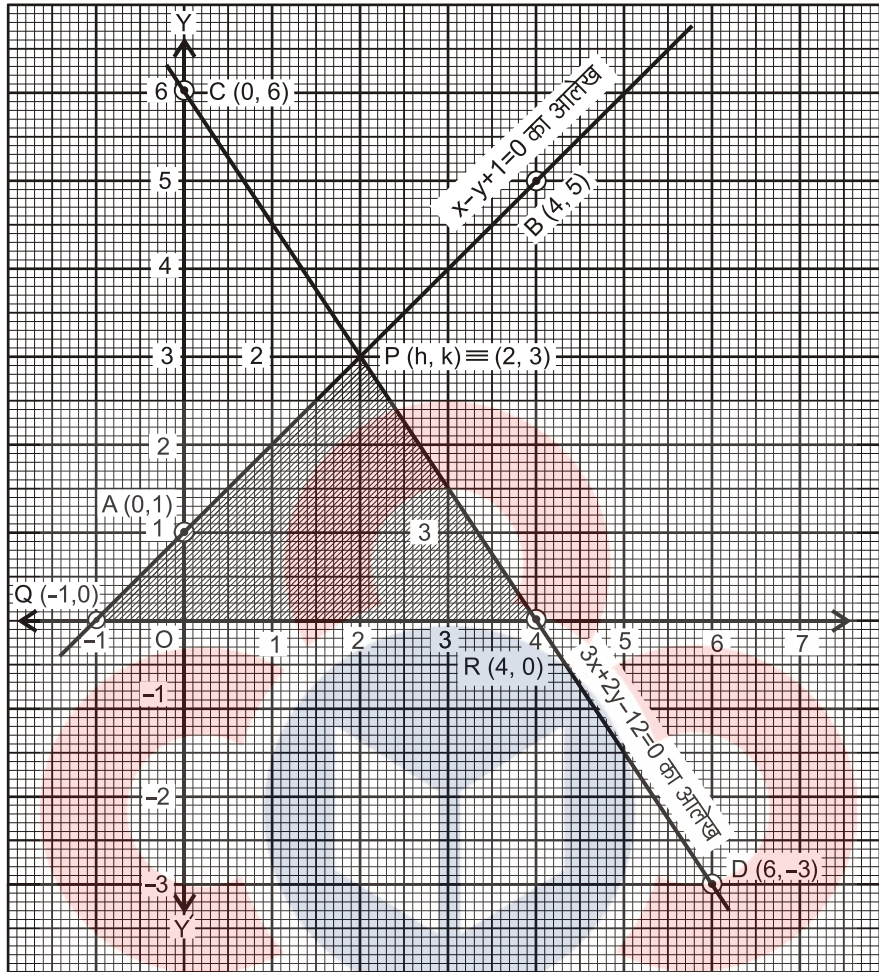
(2) तब समीकरण $x - y + 1 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $A \equiv (0, 1)$ है।

(3) पुनः माना $x = 4$, तब x का मान समीकरण $x - y + 1 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$4 - y + 1 = 0 \text{ या } 5 - y = 0 \text{ या } y = 5$$

(4) तब समीकरण $x - y + 1 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $B \equiv (4, 5)$ है।

(5) ग्राफ पेपर पर बिन्दुओं $A(0, 1)$ तथा $B(4, 5)$ को आलेखित (plotting) कीजिए और दिए गए समीकरण का आलेख AB खींचिए।



समीकरण $3x + 2y - 12 = 0$ के आलेख के लिए :

(1) माना $x = 0$, तब x का मान समीकरण $3x + 2y - 12 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$3 \times 0 + 2y - 12 = 0$$

या $0 + 2y - 12 = 0$

या $2y - 12 = 0$

या $2y = 12$

या $y = 6$

(2) तब समीकरण $3x + 2y - 12 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $C \equiv (0, 6)$ है।

(3) पुनः माना $x = 6$, तब x का मान समीकरण $3x + 2y - 12 = 0$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$3 \times 6 + 2y - 12 = 0$$

या $18 + 2y - 12 = 0$

या $6 + 2y = 0$

या $2y = -6$

या $y = -3$

(4) तब समीकरण $3x + 2y - 12 = 0$ के आलेख पर एक बिन्दु $D \equiv (6, -3)$ है।

(5) ग्राफ पेपर पर बिन्दु $C \equiv (0, 6)$ तथा $D \equiv (6, -3)$ को आलेखित कर दिए हुए समीकरण का आलेख CD खींचिए।

ऋजु रेखाओं AB तथा CD का प्रतिच्छेद बिन्दु $P(h, k)$ ज्ञात कीजिए। बिन्दु P के निर्देशांक आलेख से ज्ञात कीजिए।

$P(2, 3)$

X -अक्ष से रेखा $x - y + 1 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $Q = (-1, 0)$

X -अक्ष से रेखा $3x + 2y - 12 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $R = (4, 0)$

दी गई रेखाओं के समीकरणों और X -अक्ष के प्रतिच्छेदन से ΔPQR बनता है जिसे उक्त ग्राफ में छायांकित किया गया है। ΔPQR के निर्देशांक

क्रमशः $P \equiv (2, 3), Q \equiv (-1, 0)$ तथा $R \equiv (4, 0)$ हैं।

उत्तर

? प्रश्नावली | 3.2

प्रश्न 1. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए :

(i) $x + y = 14$

$x - y = 4$

[NCERT EXERCISE]

(ii) $s - t = 3$

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

[NCERT EXERCISE]

(iii) $3x - y = 3$

$9x - 3y = 9$

[NCERT EXERCISE]

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$

$0.4x + 0.5y = 2.3$

[NCERT EXERCISE]

(v) $\sqrt{2x} + \sqrt{3y} = 0$

$\sqrt{3x} - \sqrt{8y} = 0$

[NCERT EXERCISE]

(vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$x + y = 14$... (1)

$x - y = 4$... (2)

तथा

समीकरण (1) से,

$x + y = 14$
 $x = (14 - y)$... (3)

⇒

समीकरण (3) से x का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$(14 - y) - y = 4$

या

$14 - y - y = 4$

या

$-2y = 4 - 14$

या

$-2y = -10$

⇒

$y = \frac{-10}{-2} = 5$

तब, समीकरण (1) में $y = 5$ प्रतिस्थापित करने पर,

$x + 5 = 14$ या $x = 14 - 5 \Rightarrow x = 9$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$x = 9$ तथा $y = 5$

उत्तर

● (ii) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$s - t = 3$... (1)

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$... (2)

समीकरण (1) से,

$s - t = 3 \Rightarrow s = (3 + t)$... (3)

समीकरण (3) से s का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

या

या

या

या

या

⇒

∴ समीकरण (3) में $t = 6$ रखने पर,

∴

$s = (3 + 6) = 9$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$s = 9$ तथा $t = 6$

उत्तर

● (iii) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$3x - y = 3$... (1)

$9x - 3y = 9$... (2)

समीकरण (1) से, $3x - y = 3$

या

$3x - 3 = y$

⇒

$y = 3x - 3$

अब समीकरण (2) में $y = 3x - 3$ प्रतिस्थापित करने पर,

$9x - 3(3x - 3) = 9$

या

$9x - 9x + 9 = 9$

या

$9 = 9$

जो कि एक सत्य कथन है।

तब, चर x या y का कोई अद्वितीय मान नहीं होगा।

परन्तु दिए गए रैखिक समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।

उत्तर

● (iv) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$0.2x + 0.3y = 1.3$... (1)

$0.4x + 0.5y = 2.3$... (2)

∴ उक्त रैखिक समीकरण युग्म के बाएँ पक्ष के प्रत्येक पद के गुणांक में तथा दाएँ पक्ष के अचर पद में एक स्थान तक ही दशमलव अंक हैं अतः दशमलव को हटा सकते हैं।

तब दिया गया समीकरण युग्म निम्न युग्म के तुल्य होगा :

$2x + 3y = 13$... (1)

$4x + 5y = 23$... (2)

समीकरण (1) से,

$2x + 3y = 13$

$2x = 13 - 3y$

$x = \left(\frac{13 - 3y}{2}\right)$... (3)

x का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$4\left(\frac{13-3y}{2}\right) + 5y = 23$$

या $2(13-3y) + 5y = 23$

या $26 - 6y + 5y = 23$

या $-6y + 5y = 23 - 26$

या $-y = -3$

⇒ $y = 3$

अब समीकरण (3) में $y = 3$ रखने पर,

$$x = \frac{13-3(3)}{2} = \frac{13-9}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x = 2$$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल : $x = 2$

तथा $y = 3$

● (v) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0 \quad \dots(1)$$

$$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) से,

$$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$$

या $\sqrt{2}x = 0 - \sqrt{3}y = -\sqrt{3}y$

या $x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}y$

x का यह मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}y\right) - \sqrt{8}y = 0$$

या $\frac{-3}{\sqrt{2}}y - \sqrt{8}y = 0$

या $y\left(-\frac{3}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}\right) = 0$

या $y = 0$

∴ $x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}y$ में $y = 0$ रखने पर,

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times 0 = 0$$

⇒ $x = 0$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल : $x = 0$ तथा $y = 0$

● (vi) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2 \quad \dots(1)$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6} \quad \dots(2)$$

∴ समीकरण (1) से,

$$\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$$

या

$$\frac{3x}{2} = -2 + \frac{5y}{3} = \frac{-6 + 5y}{3}$$

या

$$\frac{3x}{2} = \frac{5y-6}{3}$$

या

$$x = \left(\frac{5y-6}{3}\right) \times \frac{2}{3}$$

या

$$x = \frac{10y-12}{9} \quad \dots(3)$$

x का यह मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$\frac{10y-12}{9} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{10y-12}{27} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$$

या

$$\frac{20y-24+27y}{54} = \frac{13}{6}$$

या

$$\frac{47y-24}{54} = \frac{13}{6}$$

या

$$47y-24 = \frac{13}{6} \times 54 = 117$$

या

$$47y = 117 + 24$$

या

$$47y = 141$$

या

$$y = \frac{141}{47} = 3 \Rightarrow y = 3$$

समीकरण (3) में $y = 3$ रखने पर,

$$\therefore x = \frac{10 \times 3 - 12}{9} = \frac{30 - 12}{9} = \frac{18}{9} = 2$$

∴ $x = 2$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल : $x = 2$

तथा $y = 3$

प्रश्न 2. $2x + 3y = 11$ और $2x - 4y = -24$ को हल कीजिए और इससे m का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx + 3$ हो।

[NCERT EXERCISE]

हल : दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$2x + 3y = 11 \quad \dots(1)$$

$$2x - 4y = -24 \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) से,

$$2x - 4y = -24$$

$$2x = 4y - 24$$

$$x = \frac{4y - 24}{2}$$

$$= \frac{2(2y - 12)}{2}$$

या

$$x = (2y - 12) \quad \dots(3)$$

14 | गणित ▶ कक्षा-10

x का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$2(2y - 12) + 3y = 11$$

या $4y - 24 + 3y = 11$

या $4y + 3y = 11 + 24$

या $7y = 35 \Rightarrow y = \frac{35}{7} = 5$

\therefore समीकरण (3) में $y = 5$ रखने पर,

$\therefore x = (2 \times 5 - 12) = 10 - 12 = -2$

$\therefore x = -2$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$$x = -2, \quad y = 5$$

अब, $y = mx + 3$ से m का मान ज्ञात करने के लिए $y = mx + 3$ में $x = -2$ तथा $y = 5$ रखने पर,

$$5 = m(-2) + 3$$

या $2m = 3 - 5 = -2$

$\therefore m = \frac{-2}{2} \Rightarrow m = -1$

प्रश्न 3. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरण युग्म बनाइए और उनके हल प्रतिस्थापन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए :

[NCERT EXERCISE]

(i) दो संख्याओं का अन्तर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

(ii) दो सम्पूरक कोणों में बड़ा कोण छोटे कोण से 18° अधिक है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

(iii) एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 बल्ले तथा 6 गेंदें ₹ 3800 में खरीदीं। बाद में, उसने 3 बल्ले तथा 5 गेंदें ₹ 1750 में खरीदीं। प्रत्येक बल्ले और प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(iv) एक नगर में टैक्सी के भाड़े में एक नियत भाड़े के अतिरिक्त चली गई दूरी पर भाड़ा सम्मिलित किया जाता है। 10 किमी दूरी के लिए भाड़ा ₹ 105 है तथा 15 किमी के लिए भाड़ा ₹ 155 है। नियत भाड़ा तथा प्रति किमी भाड़ा क्या है? एक व्यक्ति को 25 किमी यात्रा करने के लिए कितना भाड़ा देना होगा?

(v) यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{9}{11}$ हो जाती है। यदि अंश और हर दोनों में 3 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{5}{6}$ हो जाती है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

(vi) पाँच वर्ष बाद जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु से तीन गुनी हो जाएगी। पाँच वर्ष पूर्व जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु की सात गुनी थी। उनकी वर्तमान आयु क्या है?

हल : (i) माना एक संख्या x तथा दूसरी संख्या y है।

\therefore एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है।

\therefore एक संख्या = $3 \times$ दूसरी संख्या

$\therefore x = 3y \quad \dots(1)$

यहाँ x, y से बड़ा है

\therefore संख्याओं का अन्तर 26 है।

$\therefore x - y = 26 \quad \dots(2)$

समीकरण (2) में $x = 3y$ प्रतिस्थापित करने पर,

$3y - y = 26$ या $2y = 26 \Rightarrow y = 13$

समीकरण (1) में $y = 13$ रखने पर,

$x = 3 \times 13 = 39 \Rightarrow x = 39$

\therefore रैखिक समीकरण युग्म : $x = 3y$ तथा $x - y = 26$ का

$x = 39, \quad y = 13$

अतः अभीष्ट संख्याएँ = 39 व 13 उत्तर

● (ii) माना बड़ा कोण x° तथा छोटा y° है।

\therefore कोण x° व y° सम्पूरक हैं अर्थात् इनका योग 180° है।

$\therefore x + y = 180$

\therefore बड़ा कोण छोटे कोण से 18° अधिक है।

$\therefore x = y + 18$

तब, रैखिक समीकरण युग्म : $x + y = 180 \quad \dots(1)$

$x = y + 18 \quad \dots(2)$

समीकरण (2) से x का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$(y + 18) + y = 180$

या $2y + 18 = 180$

या $2y = 180 - 18 = 162$

$\therefore y = \frac{162}{2} = 81$

समीकरण (2) में $y = 81$ रखने पर,

$x = 81 + 18 = 99$

अतः बड़ा कोण 99° तथा छोटा कोण 81°

उत्तर

● (iii) माना एक बल्ले का मूल्य ₹ x तथा एक गेंद का मूल्य ₹ y है।

\therefore 1 बल्ले का मूल्य ₹ x है

\therefore 7 बल्लों का मूल्य = ₹ $7x$

\therefore 1 गेंद का मूल्य ₹ y है

\therefore 6 गेंदों का मूल्य = ₹ $6y$

\therefore 7 बल्लों और 6 गेंदों का मूल्य = ₹ $(7x + 6y)$

परन्तु प्रश्नानुसार, इनका मूल्य ₹ 3800 है

$\therefore 7x + 6y = 3800 \quad \dots(1)$

\therefore 1 बल्ले का मूल्य ₹ x है

\therefore 3 बल्लों का मूल्य = ₹ $3x$

\therefore 1 गेंद का मूल्य ₹ y है

∴ 5 गेंदों का मूल्य = ₹ 5y
 ∴ 3 बल्लों और 5 गेंदों का मूल्य = ₹ (3x + 5y)
 परन्तु प्रश्नानुसार इनका मूल्य ₹ 1750 है।
 ∴ $3x + 5y = 1750$... (2)
 या $5y = 1750 - 3x$
 या $y = \frac{1750 - 3x}{5}$... (3)

y का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,
 $7x + 6 \left(\frac{1750 - 3x}{5} \right) = 3800$
 या $7x + \frac{10500 - 18x}{5} = 3800$
 या $\frac{35x + 10500 - 18x}{5} = 3800$
 या $35x + 10500 - 18x = 19000$
 या $35x - 18x = 19000 - 10500$
 या $17x = 8500$
 या $x = \frac{8500}{17} = 500$

समीकरण (3) में $x = 500$ रखने पर,
 ∴ $y = \frac{1750 - 3 \times 500}{5} = \frac{1750 - 1500}{5}$
 $= \frac{250}{5} = 50$
 ∴ रैखिक समीकरण युग्म का हल : $x = 500$ तथा $y = 50$
 अतः 1 बल्ले का मूल्य ₹ 500 तथा 1 गेंद का मूल्य ₹ 50 है।
 उत्तर

● (iv) माना टैक्सी का नियत भाड़ा ₹ x है और प्रति किमी दूरी का भाड़ा ₹ y है।
 तब, 10 किमी दूरी के लिए कुल भाड़ा
 = नियत भाड़ा + 10 किमी का भाड़ा
 = ₹ x + ₹ 10 × y
 = ₹ (x + 10y)
 परन्तु प्रश्नानुसार यह भाड़ा ₹ 105 है
 ∴ $x + 10y = 105$... (1)
 इसी प्रकार, 15 किमी दूरी के लिए कुल भाड़ा
 = नियत भाड़ा + 15 किमी का भाड़ा
 = ₹ x + ₹ 15 × y
 = ₹ (x + 15y)
 परन्तु प्रश्नानुसार यह भाड़ा ₹ 155 है
 ∴ $x + 15y = 155$... (2)
 समीकरण (1) से, $x = 105 - 10y$
 x का यह मान समीकरण (2) में रखने पर,
 $105 - 10y + 15y = 155$
 या $-10y + 15y = 155 - 105$

या $5y = 50$
 $y = 10$
 तब, $y = 10$ समीकरण (2) में रखने पर,
 $x + 15 \times 10 = 155$
 या $x + 150 = 155$
 या $x = 155 - 150 = 5$
 ∴ रैखिक समीकरणों का हल : $x = 5$, $y = 10$
 अतः टैक्सी का नियत भाड़ा ₹ 5 है और प्रति किमी दूरी का भाड़ा ₹ 10 है।
 उत्तर
 तथा 25 किमी यात्रा का भाड़ा

= ₹ (x + 25y)
 = ₹ 5 नियत भाड़ा + ₹ (25 × 10) यात्रा भाड़ा
 = ₹ (5 + 250)
 = ₹ 255
 उत्तर
 ● (v) माना भिन्न का अंश x तथा हर y है।
 ∴ भिन्न = $\frac{x}{y}$
 भिन्न के अंश व हर दोनों में 2 जोड़ने पर भिन्न = $\frac{x+2}{y+2}$

तब प्रश्नानुसार, $\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$
 या $11x + 22 = 9y + 18$ [वज्रगुणन से]
 या $11x = 9y + 18 - 22$
 या $11x = 9y - 4$
 या $x = \frac{9y - 4}{11}$... (1)

भिन्न के अंश व हर दोनों में 3 जोड़ने पर भिन्न = $\frac{x+3}{y+3}$
 तब प्रश्नानुसार, $\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$
 या $6x + 18 = 5y + 15$ [वज्रगुणन से]
 या $6x - 5y = 15 - 18$
 या $6x - 5y = -3$... (2)
 समीकरण (2) में समीकरण (1) से x का मान रखने पर,
 $6 \left(\frac{9y - 4}{11} \right) - 5y = -3$
 या $\frac{54y - 24}{11} - 5y = -3$
 या $\frac{54y - 24 - 55y}{11} = -3$
 या $\frac{-24 - y}{11} = -3$
 या $-(24 + y) = -33$
 [वज्रगुणन से]

16 | गणित ▶ कक्षा-10

$$\begin{aligned} \text{या} & \quad 24 + y = 33 \\ \Rightarrow & \quad y = 33 - 24 = 9 \Rightarrow y = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{समीकरण (1) में } y = 9 \text{ रखने पर,} \\ \therefore x = \frac{9 \times 9 - 4}{11} = \frac{81 - 4}{11} = \frac{77}{11} \end{aligned}$$

$$\therefore x = 7$$

$$\therefore \text{रैखिक समीकरण युग्म का हल : } x = 7, \quad y = 9$$

$$\text{अतः भिन्न} = \frac{x}{y} = \frac{7}{9} \quad \text{उत्तर}$$

- (vi) माना जैकब की वर्तमान आयु x वर्ष है तथा उसके पुत्र की वर्तमान आयु y वर्ष है।

$$\begin{aligned} 5 \text{ वर्ष बाद जैकब की आयु} &= (x + 5) \text{ वर्ष} \\ \text{तथा } 5 \text{ वर्ष बाद पुत्र की आयु} &= (y + 5) \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{प्रश्नानुसार,} \\ 5 \text{ वर्ष के बाद जैकब की आयु} &= 3 \times \text{उसके पुत्र की आयु} \end{aligned}$$

$$\text{या} \quad x + 5 = 3 \times (y + 5)$$

$$\text{या} \quad x + 5 = 3y + 15$$

$$\text{या} \quad x = 3y + 15 - 5$$

$$\text{या} \quad x = 3y + 10 \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ वर्ष पूर्व जैकब की आयु} \\ = (x - 5) \text{ वर्ष तथा } 5 \text{ वर्ष पूर्व उसके पुत्र की आयु} \\ = (y - 5) \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{प्रश्नानुसार,} \\ 5 \text{ वर्ष पहले जैकब की आयु} \\ = 7 \times (5 \text{ वर्ष पहले उसके पुत्र की आयु}) \end{aligned}$$

$$\text{या} \quad x - 5 = 7 \times (y - 5)$$

$$\text{या} \quad x - 5 = 7y - 35$$

$$\text{या} \quad x - 7y = 5 - 35$$

$$\text{या} \quad x - 7y = -30 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) से x का मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$(3y + 10) - 7y = -30$$

$$\text{या} \quad 3y + 10 - 7y = -30$$

$$\text{या} \quad 3y - 7y = -30 - 10$$

$$\text{या} \quad -4y = -40$$

$$\text{या} \quad y = \frac{-40}{-4} = 10$$

समीकरण (1) में $y = 10$ रखने पर,

$$\therefore x = (3 \times 10) + 10 = 30 + 10 = 40$$

$$\therefore \text{दिए गए समीकरण युग्म का हल : } x = 40, \quad y = 10$$

$$\begin{aligned} \text{अतः जैकब की आयु} &= 40 \text{ वर्ष तथा उसके पुत्र की आयु} \\ &= 10 \text{ वर्ष।} \end{aligned} \quad \text{उत्तर}$$

? प्रश्नावली | 3.3

प्रश्न 1. निम्न समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए। कौन-सी विधि अधिक उपयुक्त है? [NCERT EXERCISE]

$$(i) \quad x + y = 5 \text{ और } 2x - 3y = 4$$

$$(ii) \quad 3x + 4y = 10 \text{ और } 2x - 2y = 2$$

$$(iii) \quad 3x - 5y - 4 = 0 \text{ और } 9x = 2y + 7$$

$$(iv) \quad \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1 \text{ और } x - \frac{y}{3} = 3$$

हल : (i) दिया हुआ रैखिक समीकरण युग्म :

$$x + y = 5 \quad \dots(1)$$

$$2x - 3y = 4 \quad \dots(2)$$

विलोपन विधि : समीकरण (1) को 3 से गुणा करने पर,

$$3x + 3y = 15 \quad \dots(3)$$

समीकरण (2) व समीकरण (3) को जोड़ने पर,

$$(2x - 3y) + (3x + 3y) = 4 + 15$$

$$5x = 19$$

$$x = \frac{19}{5}$$

अब, समीकरण (1) में $x = \frac{19}{5}$ प्रतिस्थापित करने पर,

$$\frac{19}{5} + y = 5 \Rightarrow y = 5 - \frac{19}{5}$$

$$y = \frac{25 - 19}{5} = \frac{6}{5}$$

अतः समीकरण युग्म का हल : $x = \frac{19}{5}, \quad y = \frac{6}{5}$ उत्तर

प्रतिस्थापन विधि : समीकरण (1) से,

$$x + y = 5$$

$$y = (5 - x) \quad \dots(1)$$

y का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$2x - 3(5 - x) = 4$$

$$\text{या} \quad 2x - 15 + 3x = 4$$

$$\text{या} \quad 5x = 4 + 15$$

$$\text{या} \quad 5x = 19$$

$$\Rightarrow x = \frac{19}{5}$$

समीकरण (1) में $x = \frac{19}{5}$ रखने पर,

$$y = 5 - \frac{19}{5} = \frac{25 - 19}{5} = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{6}{5}$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$$x = \frac{19}{5}, \quad y = \frac{6}{5}$$

इस प्रश्न को हल करने के लिए विलोपन विधि अधिक उपयुक्त है।

● (ii) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$3x + 4y = 10 \quad \dots(1) \text{ या}$$

$$2x - 2y = 2 \quad \dots(2) \text{ या}$$

विलोपन विधि :

समीकरण (2) में 2 की गुणा करने पर,

$$4x - 4y = 4 \quad \dots(3)$$

समीकरण (1) व समीकरण (3) को जोड़ने पर,

$$(3x + 4y) + (4x - 4y) = 10 + 4$$

$$\Rightarrow 7x = 14 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{14}{7} = 2$$

$$\therefore \quad x = 2$$

x का यह मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$2 \times 2 - 2y = 2$$

$$\Rightarrow 4 - 2y = 2$$

$$\Rightarrow 2y = 4 - 2 = 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore \quad y = 1$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$$x = 2 \quad \text{तथा} \quad y = 1$$

प्रतिस्थापन विधि : समीकरण (2) से,

$$2x - 2y = 2$$

$$\text{या} \quad 2x = 2 + 2y$$

$$\text{या} \quad x = 1 + y$$

x = 1 + y समीकरण (1) में रखने पर,

$$3(1 + y) + 4y = 10$$

$$\text{या} \quad 3 + 3y + 4y = 10$$

$$\text{या} \quad 3 + 7y = 10$$

$$\text{या} \quad 7y = 10 - 3$$

$$\text{या} \quad 7y = 7 \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

समीकरण (4) में y = 1 रखने पर,

$$x = 1 + 1 = 2$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल : x = 2 तथा y = 1

इस प्रश्न को हल करने के लिए विलोपन विधि अधिक उपयुक्त है।

● (iii) दिया गया रैखिक समीकरण युग्म :

$$\therefore \quad 3x - 5y - 4 = 0$$

$$\text{या} \quad 3x - 5y = 4 \quad \dots(1)$$

$$\text{और} \quad 9x = 2y + 7$$

$$\text{या} \quad 9x - 2y = 7 \quad \dots(2)$$

विलोपन विधि :

समीकरण (1) को 3 से गुणा करने पर,

$$9x - 15y = 12 \quad \dots(3)$$

समीकरण (3) में से समीकरण (2) को घटाने पर,

$$(9x - 15y) - (9x - 2y) = 12 - 7$$

$$9x - 15y - 9x + 2y = 5$$

$$-13y = 5$$

$$\Rightarrow y = -\frac{5}{13}$$

y का यह मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$9x - 2\left(-\frac{5}{13}\right) = 7$$

$$9x + \frac{10}{13} = 7$$

$$9x = -\frac{10}{13} + 7 = \frac{81}{13}$$

$$x = \frac{9}{13}$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$$x = \frac{9}{13} \quad \text{तथा} \quad y = -\frac{5}{13}$$

प्रतिस्थापन विधि : समीकरण (2) से,

$$9x = 2y + 7 \quad \text{या} \quad x = \frac{2y + 7}{9}$$

x = $\frac{2y + 7}{9}$ समीकरण (1) में रखने पर,

$$3\left(\frac{2y + 7}{9}\right) - 5y - 4 = 0$$

$$\frac{2y + 7}{3} - 5y - 4 = 0$$

$$\frac{2y + 7 - 15y - 12}{3} = 0$$

$$\frac{-13y - 5}{3} = 0$$

$$-13y - 5 = 0$$

$$-13y = 5$$

$$y = -\frac{5}{13}$$

y का यह मान x = $\frac{2y + 7}{9}$ में रखने पर,

$$x = \frac{2\left(-\frac{5}{13}\right) + 7}{9} = \frac{-\frac{10}{13} + 7}{9} = \frac{81}{9}$$

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

उत्तर

$$= \frac{81}{13} \times \frac{1}{9} = \frac{9}{13}$$

$$\therefore x = \frac{9}{13}$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$$x = \frac{9}{13} \quad \text{तथा} \quad y = -\frac{5}{13}$$

इस प्रश्न को हल करने के लिए विलोपन विधि अधिक उपयुक्त है।

● (iv) दिया हुआ समीकरण युग्म :

$$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$$

और

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

∴

$$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$$

या

$$\frac{3x + 4y}{6} = -1$$

या

$$3x + 4y = -6 \quad \dots(1)$$

∴

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

या

$$\frac{3x - y}{3} = 3$$

या

$$3x - y = 9 \quad \dots(2)$$

विलोपन विधि : समीकरण (1) में से समीकरण (2) को घटाने पर,

$$(3x + 4y) - (3x - y) = -6 - 9$$

या

$$3x + 4y - 3x + y = -15$$

या

$$5y = -15 \Rightarrow y = -3$$

$y = -3$ समीकरण (1) में रखने पर,

$$3x + 4 \times (-3) = -6$$

या

$$3x - 12 = -6$$

या

$$3x = -6 + 12 = 6$$

या

$$x = 2$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल :

$$x = 2 \quad \text{तथा} \quad y = -3$$

प्रतिस्थापन विधि : समीकरण (2) से,

$$3x - y = 9 \quad \text{या} \quad y = 3x - 9$$

$y = 3x - 9$ समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$3x + 4(3x - 9) = -6$$

या

$$3x + 12x - 36 = -6$$

या

$$15x - 36 = -6$$

या

$$15x = -6 + 36 = 30$$

या

$$x = \frac{30}{15} = 2$$

∴

$$x = 2$$

समीकरण (2) में $x = 2$ रखने पर,

$$3 \times 2 - y = 9$$

⇒

$$6 - y = 9$$

या

$$y = 6 - 9 = -3$$

∴

$$y = -3$$

अतः रैखिक समीकरण युग्म का हल : $x = 2$ तथा

$y = -3$

इस प्रश्न को हल करने के लिए विलोपन विधि अधिक उपयुक्त है।

नोट—यह निर्णय विद्यार्थी स्वयं कर लें कि कब कौन-सी विधि उनके लिए उपयुक्त होगी।

प्रश्न 2. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो) विलोपन विधि से ज्ञात कीजिए :

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ दें तथा हर में से 1 घटा दें, तो भिन्न 1 में बदल जाती है। यदि हर में 1 जोड़ दें, तो यह $\frac{1}{2}$ हो

जाती है। वह भिन्न क्या है?

[NCERT EXERCISE]

(ii) पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात्, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की आयु कितनी है?

[NCERT EXERCISE]

(iii) दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 9 है। इस संख्या का नौ गुना, संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

(iv) मीना ₹ 2000 निकालने के लिए एक बैंक गई। उसने खजाँची से ₹ 50 तथा ₹ 100 के नोट देने के लिए कहा। मीना ने कुल 25 नोट प्राप्त किए। ज्ञात कीजिए कि उसने ₹ 50 और ₹ 100 के कितने-कितने नोट प्राप्त किए?

[NCERT EXERCISE]

(v) किराए पर पुस्तकें देने वाले किसी पुस्तकालय का प्रथम तीन दिनों का एक नियत किराया है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का अलग किराया है। सरिता ने सात दिनों तक एक पुस्तक रखने के लिए ₹ 27 अदा किए जबकि सूसी ने एक पुस्तक पाँच दिनों तक रखने के ₹ 21 अदा किए। नियत किराया तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : (i) माना भिन्न का अंश x तथा हर y है, तब भिन्न होगी : $\frac{x}{y}$

यदि भिन्न के अंश में 1 जोड़ा जाए और हर में से 1 घटाया जाए, तो वह $\frac{x+1}{y-1}$ हो जाएगी, परन्तु प्रश्नानुसार वह 1 है।

$$\therefore \frac{x+1}{y-1} = 1$$

या $x+1 = y-1$

या $x = y-1-1$

या $x = y-2$... (1)

यदि भिन्न के हर में एक जोड़ा जाए तो वह $\frac{x}{y+1}$ हो जाएगी, परन्तु प्रश्नानुसार $\frac{1}{2}$ है।

$$\therefore \frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

या $2x = y+1$... (2)

समीकरण (1) को 2 से गुणा करके उसमें से समीकरण (2) को घटाने पर,

$$2(y-2) - (y+1) = 0$$

या $2y - 4 - y - 1 = 0$

या $2y - y = 4 + 1$

या $y = 5$

y का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$\therefore x = 5 - 2 = 3$$

अतः **भिन्न = $\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{3}{5}$**

- (ii) माना नूरी की वर्तमान आयु x वर्ष तथा सोनू की वर्तमान आयु y वर्ष है।

5 वर्ष पहले नूरी की आयु = $(x-5)$ वर्ष

5 वर्ष पहले सोनू की आयु = $(y-5)$ वर्ष

तब प्रश्नानुसार,

नूरी की आयु = $3 \times$ सोनू की आयु

$$\therefore x - 5 = 3(y - 5)$$

या $x - 5 = 3y - 15$

या $x = 3y - 15 + 5$

या $x = 3y - 10$... (1)

10 वर्ष पश्चात् नूरी की आयु = $(x+10)$ वर्ष

10 वर्ष पश्चात् सोनू की आयु = $(y+10)$ वर्ष

तब प्रश्नानुसार,

नूरी की आयु = $2 \times$ सोनू की आयु

$$\therefore x + 10 = 2(y + 10)$$

या $x + 10 = 2y + 20$

या $x = 2y + 20 - 10$

या $x = 2y + 10$... (2)

समीकरण (1) व समीकरण (2) से x के मान समान करने पर,

$$3y - 10 = 2y + 10$$

या $3y - 2y = 10 + 10 \Rightarrow y = 20$

तब समीकरण (2) में $y = 20$ रखने पर,

$$x = (2 \times 20) + 10$$

$$= 40 + 10 = 50$$

$$x = 50$$

अतः **नूरी की आयु = 50 वर्ष तथा सोनू की आयु = 20 वर्ष।**

- (iii) माना संख्या का इकाई का अंक x तथा दहाई का अंक y है।

तब, संख्या = $10y + x$

∴ संख्या के अंकों का योग = 9

या इकाई का अंक + दहाई का अंक = 9

या $x + y = 9$... (1)

∴ मूल संख्या $10y + x$ है, तब अंकों के पलटने पर प्राप्त संख्या = $10x + y$

प्रश्नानुसार,

संख्या का 9 गुना = अंकों के पलटने से प्राप्त संख्या का दो गुना

$$\therefore (10y + x) \times 9 = (10x + y) \times 2$$

या $9x + 90y = 20x + 2y$

या $90y - 2y = 20x - 9x$

या $88y = 11x$

या $8y = x$

[दोनों पक्षों में सार्व 11 का भाग देने पर]

$$\therefore x = 8y$$
 ... (2)

समीकरण (2) का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$8y + y = 9 \text{ या } 9y = 9 \text{ या } y = 1$$

तब समीकरण (2) में $y = 1$ रखने पर,

$$x = 8 \times y = 8 \times 1 = 8$$

$$\therefore \text{संख्या } 10y + x = (10 \times 1) + 8$$

$$= 10 + 8 = 18$$

अतः **अभीष्ट संख्या = 18** उत्तर

- (iv) माना ₹ 50 मूल्य वाले नोटों की संख्या x तथा ₹ 100 मूल्य वाले नोटों की संख्या y थी।

∴ कुल नोटों की संख्या = $(x + y)$

परन्तु प्रश्नानुसार नोटों की कुल संख्या 25 थी।

$$\therefore x + y = 25$$
 ... (1)

∴ ₹ 50 वाले x नोट थे, उनका मूल्य = ₹ 50 x

और ₹ 100 वाले y नोट थे, उनका मूल्य = ₹ 100 y

∴ कुल नोटों का मूल्य = ₹ $(50x + 100y)$

$$= ₹ 50(x + 2y)$$

परन्तु प्रश्नानुसार मीना ने केवल ₹ 2000 बैंक से निकाले।

$$\therefore 50(x + 2y) = 2000$$

20 | गणित ► कक्षा-10

या $x + 2y = \frac{2000}{50} = 40$

या $x + 2y = 40$... (2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$$(x + 2y) - (x + y) = 40 - 25$$

या $x + 2y - x - y = 15 \Rightarrow y = 15$

समीकरण (1) में $y = 15$ रखने पर,

$$x + 15 = 25 \Rightarrow x = 10$$

∴ रैखिक समीकरण युग्म ($x + y = 25$; $x + 2y = 40$) का हल : $x = 10$; $y = 15$

अतः मीना ने ₹ 50 मूल्य वाले 10 नोट तथा ₹ 100 मूल्य वाले 15 नोट प्राप्त किए।

- (v) माना प्रथम तीन दिनों तक के लिए पुस्तकालय का नियत किराया ₹ x है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ₹ y है।

7 दिनों में एक पुस्तक का किराया

$$\begin{aligned} &= \text{प्रथम 3 दिन का नियत किराया} \\ &\quad + 4 \text{ अतिरिक्त दिन का किराया} \\ &= ₹ x + ₹ 4 \times y \\ &= ₹ (x + 4y) \end{aligned}$$

परन्तु सरिता ने 7 दिन का किराया ₹ 27 अदा किया।

∴ $x + 4y = 27$... (1)

5 दिनों में एक पुस्तक का किराया

$$\begin{aligned} &= \text{प्रथम 3 दिन का नियत किराया} \\ &\quad + 2 \text{ अतिरिक्त दिन का किराया} \end{aligned}$$

$$= ₹ x + ₹ 2y$$

$$= ₹ (x + 2y)$$

परन्तु सूसी ने 5 दिन का किराया ₹ 21 अदा किया।

$$x + 2y = 21 \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) में से समीकरण (2) को घटाने पर,

$$(x + 4y) - (x + 2y) = 27 - 21$$

$$x + 4y - x - 2y = 6$$

$$2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

समीकरण (2) में $y = 3$ रखने पर,

$$x + (2 \times 3) = 21$$

$$x + 6 = 21$$

$$x = 21 - 6 = 15$$

∴ रैखिक समीकरण युग्म ($x + 4y = 27$; $x + 2y = 21$) का हल :

$$x = 15; \quad y = 3$$

अतः पुस्तकालय की किसी पुस्तक का प्रथम 3 दिन तक का नियत किराया ₹ 15 है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ₹ 3 है।

उत्तर

