05 समान्तर श्रेढ़ियाँ (Arithmetic Progressions)

NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत
दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

प्रश्नावली | 5.1

प्रश्न 1. निम्नलिखित स्थितियों में से किन स्थितियों में सम्बद्ध संख्याओं की सूची A.P. है और क्यों?

[NCERT EXERCISE]

(i) प्रत्येक किलोमीटर के बाद का टैक्सी का किराया जबकि प्रथम किलोमीटर के लिए किराया ₹ 15 है और प्रत्येक अतिरिक्त किलोमीटर के लिए किराया ₹ 8 है।

(ii) किसी बेलन (Cylinder) में उपस्थित हवा की मात्रा, जबकि वायु निकालने वाला पम्प प्रत्येक बार बेलन की शेष हवा का $\frac{1}{4}$ भाग बाहर निकाल देता है।

(iii) प्रत्येक मीटर की खुदाई के बाद, एक कुआँ खोदने में आई लागत जबकि प्रथम मीटर खुदाई की लागत ₹ 150 है और बाद में प्रत्येक मीटर खुदाई की लागत ₹ 50 बढ़ती जाती है।

(iv) खाते में प्रत्येक वर्ष का मिश्रधन जबकि ₹ 10000 की राशि 8% वार्षिक की दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा की जाती है।

हल : (i) $\because$ टैक्सी के प्रथम किलोमीटर का किराया = ₹ 15

अगले प्रत्येक किमी का किराया = ₹ 8

$\therefore$ 2 किमी का किराया = 15 + 8 = ₹ 23

$\therefore$ 3 किमी का किराया = 23 + 8 = ₹ 31

$\therefore$ 4 किमी का किराया = 31 + 8 = ₹ 39

$\therefore$ $a_1 = 15, \quad a_2 = 23, \quad a_3 = 31, \quad a_4 = 39$

दो क्रमागत पदों का अन्तर

$$a_2 - a_1 = 23 - 15 = ₹\, 8$$
$$a_3 - a_2 = 31 - 23 = ₹\, 8$$
$$a_4 - a_3 = 39 - 31 = ₹\, 8$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत है,

अतः **किमी में टैक्सी का किराया A.P. में है।** **उत्तर**

- **(ii)** माना बेलन में हवा का प्रारम्भिक आयतन = V

पहली बार पम्प $\frac{V}{4}$ भाग हवा निकाल देगा

$\therefore$ शेष हवा $= \left(V - \frac{V}{4}\right) = \frac{3V}{4}$

दूसरी बार पम्प $\frac{3V}{4}$ का $\frac{1}{4} = \frac{3V}{16}$ भाग हवा निकाल देगा।

$$\therefore \quad \text{शेष हवा} = \frac{3V}{4} - \frac{3V}{16} = \frac{12V - 3V}{16}$$
$$= \frac{9V}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 V$$

तब, $a_1 = V, \quad a_2 = \frac{3}{4}V, \quad a_3 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 V$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = \frac{3}{4}V - V = -\frac{V}{4}$$
$$a_3 - a_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 V - \frac{3}{4}V$$
$$= \frac{3}{4}V\left(\frac{3}{4} - 1\right)$$
$$= \frac{3}{4}V \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{16}V$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है अतः **हवा के आयतन A.P. में नहीं हैं।** **उत्तर**

- **(iii)** कुएँ के प्रथम मीटर की खुदाई की लागत = ₹ 150

बाद में प्रत्येक मीटर की खुदाई की लागत ₹ 50 है

$\therefore$ पहले दो मीटर की खुदाई की लागत = 150 + 50

= ₹ 200

$\therefore$ पहले 3 मीटर की खुदाई की लागत = 150 + 50 + 50

= ₹ 250

$\therefore$ पहले 4 मीटर की खुदाई की लागत

= 150 + 50 + 50 + 50

= ₹ 300

$a_1 = 150, \; a_2 = 200, \; a_3 = 250, \; a_4 =$ ₹ 300

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = 200 - 150 = ₹\, 50$$
$$a_3 - a_2 = 250 - 200 = ₹\, 50$$
$$a_4 - a_3 = 300 - 250 = ₹\, 50$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत है।

अत: **कुआँ खोदने में आई लागत ₹ 150, ₹ 200, ₹ 250, ₹ 300, ... A.P. में हैं।** **उत्तर**

- **(iv)** खाते में जमा किए गए धन के लिए भिन्न वर्षों के मिश्रधन :

मूलधन $P =$ ₹10000, ब्याज की दर $R\% = 8\%$

1 वर्ष का मिश्रधन $A_1 = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^1$

$$\left[\because A_n = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n\right]$$

$$= 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)$$

$$= ₹10000 \times \left(\frac{108}{100}\right)$$

$$\therefore \quad A_1 = 10000 \times \left(\frac{108}{100}\right)$$

2 वर्ष का मिश्रधन $A_2 = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

$$= 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= ₹\ 10000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 10000\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{108}{100}\right)$$

$$\therefore \quad A_2 = A_1\left(\frac{108}{100}\right)$$

$$\left[\because A_1 = 10000 \times \left(\frac{108}{100}\right)\right]$$

3 वर्ष का मिश्रधन $A_3 = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$

$$= 10000 \times \left(1+\frac{8}{100}\right)^3$$

$$= 10000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^3$$

$$= ₹10000\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{108}{100}\right)$$

$$= A_1\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{108}{100}\right)$$

$$\left[\because A_1 = 10000 \times \left(\frac{108}{100}\right)\right]$$

$$\therefore \quad A_3 = A_2\left(\frac{108}{100}\right) \quad \left[\because A_2 = A_1\left(\frac{108}{100}\right)\right]$$

$$\therefore \quad A_1 = 10000\left(\frac{108}{100}\right),$$

$$A_2 = A_1\left(\frac{108}{100}\right),$$

$$A_3 = A_2\left(\frac{108}{100}\right)$$

निरीक्षण से ही स्पष्ट है कि

$$A_2 - A_1 \neq A_3 - A_2$$

अत: **मिश्रधन A.P. में नहीं है।** **उत्तर**

प्रश्न 2. दी हुई A.P. के प्रथम चार पद लिखिए जबकि प्रथम पद a और सार्वअन्तर d निम्नलिखित हैं :

[NCERT EXERCISE]

(i) $a = 10,\ d = 10,$

(ii) $a = -2,\ d = 0,$

(iii) $a = 4,\ d = -3,$

(iv) $a = -1,\ d = \frac{1}{2},$

(v) $a = -1.25,\ d = -0.25$

हल : (i) प्रथम पद $a = 10$ तथा सार्वअन्तर $d = 10$

$\therefore$ दूसरा पद $= a + d = 10 + 10 = 20$

$\therefore$ तीसरा पद $= a + 2d = 10 + (2 \times 10) = 30$

$\therefore$ चौथा पद $= a + 3d = 10 + (3 \times 10) = 40$

अत: **दी गई A.P. के प्रथम चार पद : 10, 20, 30, 40** **उत्तर**

- **(ii)** प्रथम पद $a = -2$ तथा सार्वअन्तर $d = 0$

$\therefore$ दूसरा पद $= a + d = -2 + 0 = -2$

$\therefore$ तीसरा पद $= a + 2d = -2 + (2 \times 0) = -2$

$\therefore$ चौथा पद $= a + 3d = -2 + (3 \times 0) = -2$

अत: **दी गई A.P. के प्रथम चार पद :**

$-2, -2, -2, -2$ **उत्तर**

- **(iii)** प्रथम पद $a = 4$ तथा सार्वअन्तर $d = -3$

$\therefore$ दूसरा पद $= a + d = 4 + (-3) = 1$

$\therefore$ तीसरा पद $= a + 2d = 4 + 2 \times (-3)$
$= 4 + (-6) = -2$

$\therefore$ चौथा पद $= a + 3d = 4 + 3 \times (-3)$
$= 4 + (-9) = -5$

अत: **दी गई A.P. के प्रथम चार पद :**

4, 1, -2, -5 **उत्तर**

- **(iv)** प्रथम पद $a = -1$ तथा सार्वअन्तर $d = \frac{1}{2}$

$\therefore$ दूसरा पद $= a + d = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ तीसरा पद $= a + 2d = -1 + \left(2 \times \frac{1}{2}\right)$

$= -1 + 1 = 0$

$\therefore$ चौथा पद $= a + 3d = -1 + \left(3 \times \frac{1}{2}\right)$

$= -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

अतः **दी गई A.P. के प्रथम चार पद :**

$\mathbf{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}}$ उत्तर

● **(v)** प्रथम पद $a = -1.25$

तथा सार्वअन्तर $d = -0.25$

$\therefore$ दूसरा पद $= a + d = -1.25 + (-0.25)$

$= -1.50$

$\therefore$ तीसरा पद $= a + 2d = -1.25 + 2 \times (-0.25)$

$= -1.25 - 0.50 = -1.75$

$\therefore$ चौथा पद $= -1.25 + 3 \times (-0.25)$

$= -1.25 - 0.75 = -2.00$

अतः **दी गई A.P. के प्रथम चार पद :**

$\mathbf{-1.25, -1.50, -1.75, -2.00}$ उत्तर

प्रश्न 3. निम्नलिखित में से प्रत्येक A.P. के लिए प्रथम पद तथा सार्वअन्तर लिखिए : [NCERT EXERCISE]

(i) $3, 1, -1, -3, \ldots$

(ii) $-5, -1, 3, 7, \ldots$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \ldots$

(iv) $0.6, 1.7, 2.8, 3.9, \ldots$

हल : (i) दी गई A.P. $= 3, 1, -1, -3, \ldots\ldots$

$a_1 = 3, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = -1, \quad a_4 = -3$

प्रथम पद $a = a_1 = 3$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$

अतः **प्रथम पद** $= \mathbf{3}$ तथा **सार्वअन्तर** $= \mathbf{-2}$ उत्तर

● **(ii)** दी गई A.P. $= -5, -1, 3, 7, \ldots\ldots$

$a_1 = -5, \quad a_2 = -1, \quad a_3 = 3, \quad a_4 = 7$

प्रथम पद $a = a_1 = -5$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1 = -1 - (-5)$

$= -1 + 5 = 4$

अतः **प्रथम पद** $= \mathbf{-5}$ तथा **सार्वअन्तर** $= \mathbf{4}$ उत्तर

● **(iii)** दी गई A.P. $= \frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \ldots\ldots$

$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_2 = \frac{5}{3}, \quad a_3 = \frac{9}{3}, \quad a_4 = \frac{13}{3}$

प्रथम पद $a = a_1 = \frac{1}{3}$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1 = \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3}$

अतः **प्रथम पद** $= \mathbf{\frac{1}{3}}$ तथा **सार्वअन्तर** $= \mathbf{\frac{4}{3}}$ उत्तर

● **(iv)** दी गई A.P. $= 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, \ldots\ldots$

$a_1 = 0.6, a_2 = 1.7, a_3 = 2.8, a_4 = 3.9$

प्रथम पद $a = a_1 = 0.6$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1 = 1.7 - 0.6 = 1.1$

अतः **प्रथम पद** $= \mathbf{0.6}$ तथा **सार्वअन्तर** $= \mathbf{1.1}$ उत्तर

प्रश्न 4. निम्नलिखित में से कौन-कौन A.P. हैं? यदि कोई A.P. है तो इसका सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए और इनके तीन पद लिखिए। [NCERT EXERCISE]

(i) $2, 4, 8, 16, \ldots\ldots$

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots\ldots$

(iii) $-1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \ldots\ldots$

(iv) $-10, -6, -2, 2, \ldots\ldots$

(v) $3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}, \ldots\ldots$

(vi) $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, \ldots\ldots$

(vii) $0, -4, -8, -12, \ldots\ldots$

(viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \ldots\ldots$

(ix) $1, 3, 9, 27, \ldots\ldots$

(x) $a, 2a, 3a, 4a, \ldots\ldots$

(xi) $a, a^2, a^3, a^4, \ldots\ldots$

(xii) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \ldots\ldots$

(xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \ldots\ldots$

(xiv) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, \ldots\ldots$

(xv) $1^2, 5^2, 7^2, 73, \ldots\ldots$

हल : यहाँ प्रत्येक अनुक्रम के प्रथम 4 पद ज्ञात हैं। यदि कोई अनुक्रम A.P. है तो उसके अगले तीन पद और ज्ञात करने हैं अर्थात् 5वाँ, छठा और 7वाँ पद और ज्ञात करना है।

● **(i)** दिया हुआ अनुक्रम : 2, 4, 8, 16, ...

$a_1 = 2, \quad a_2 = 4, \quad a_3 = 8, \quad a_4 = 16$

दो क्रमागत पदों के अन्तर : $a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$

$a_3 - a_2 = 8 - 4 = 4$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है

अतः **दिया गया अनुक्रम A.P. नहीं है।** उत्तर

● **(ii)** दिया हुआ अनुक्रम : $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots\ldots$

$a_1 = 2, \quad a_2 = \frac{5}{2}, \quad a_3 = 3, \quad a_4 = \frac{7}{2}$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$

$$a_3 - a_2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$$
$$a_4 - a_3 = \frac{7}{2} - 3 = \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर $\frac{1}{2}$ नियत है।

$\therefore$ सार्वअन्तर $d = \frac{1}{2}$

अत: **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

तब, पाँचवाँ पद a_5 = चौथा पद a_4 + सार्वअन्तर d
$$= \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

छठा पद a_6 = पाँचवाँ पद a_5 + सार्वअन्तर d
$$= 4 + \frac{1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$$

सातवाँ पद a_7 = छठा पद a_6 + सार्वअन्तर d
$$= \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

अत: **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद : 4, $\frac{9}{2}$, 5 होंगे।** **उत्तर**

● **(iii)** दिया हुआ अनुक्रम :

$$-1.2,\ -3.2,\ -5.2,\ -7.2, \ldots\ldots$$
$$a_1 = -1.2,\quad a_2 = -3.2,$$
$$a_3 = -5.2,\quad a_4 = -7.2$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$$a_2 - a_1 = -3.2 - (-1.2)$$
$$= -3.2 + 1.2 = -2.0$$
$$a_3 - a_2 = -5.2 - (-3.2)$$
$$= -5.2 + 3.2 = -2.0$$
$$a_4 - a_3 = -7.2 - (-5.2)$$
$$= -7.2 + 5.2 = -2.0$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर (– 2.0) नियत है।

$\therefore$ **सार्वअन्तर $d = -2.0$** और **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

तब, पाँचवाँ पद a_5 = चौथा पद a_4 + सार्वअन्तर d
$$= -7.2 + (-2) = -9.2$$

छठा पद a_6 = पाँचवाँ पद a_5 + सार्वअन्तर d
$$= -9.2 + (-2) = -11.2$$

सातवाँ पद a_7 = छठा पद a_6 + सार्वअन्तर d
$$= -11.2 + (-2) = -13.2$$

अत: **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद :**

– 9.2, – 11.2, – 13.2 **उत्तर**

● **(iv)** दिया हुआ अनुक्रम :

$$-10,\ -6,\ -2,\ 2, \ldots\ldots$$
$$a_1 = -10,\quad a_2 = -6,\quad a_3 = -2,\quad a_4 = 2$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$$a_2 - a_1 = -6 - (-10) = -6 + 10 = 4$$
$$a_3 - a_2 = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4$$
$$a_4 - a_3 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर (4) नियत है।

$\therefore$ **सार्वअन्तर $d = 4$** और **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

तब, पाँचवाँ पद a_5 = चौथा पद a_4 + सार्वअन्तर d
$$= 2 + 4 = 6$$

छठा पद a_6 = पाँचवाँ पद a_5 + सार्वअन्तर d
$$= 6 + 4 = 10$$

सातवाँ पद a_7 = छठा पद a_6 + सार्वअन्तर d
$$= 10 + 4 = 14$$

अत: **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद : 6, 10, 14** **उत्तर**

● **(v)** दिया हुआ अनुक्रम :

$$3,\ 3+\sqrt{2},\ 3+2\sqrt{2},\ 3+3\sqrt{2}, \ldots.$$
$$a_1 = 3,\quad a_2 = 3+\sqrt{2},$$
$$a_3 = 3+2\sqrt{2},\quad a_4 = 3+3\sqrt{2}$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$$a_2 - a_1 = (3+\sqrt{2}) - 3 = \sqrt{2}$$
$$a_3 - a_2 = (3+2\sqrt{2}) - (3+\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$
$$a_4 - a_3 = (3+3\sqrt{2}) - (3+2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर ($\sqrt{2}$) नियत है।

$\therefore$ **सार्वअन्तर $d = \sqrt{2}$** और **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

तब, पाँचवाँ पद a_5 = चौथा पद a_4 + सार्वअन्तर d
$$= 3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{2}$$
$$= 3 + \sqrt{2}(3+1) = 3 + 4\sqrt{2}$$

छठा पद a_6 = पाँचवाँ पद a_5 + सार्वअन्तर d
$$= 3 + 4\sqrt{2} + \sqrt{2}$$
$$= 3 + \sqrt{2}(4+1) = 3 + 5\sqrt{2}$$

सातवाँ पद a_7 = छठा पद a_6 + सार्वअन्तर d
$$= 3 + 5\sqrt{2} + \sqrt{2}$$
$$= 3 + \sqrt{2}(5+1) = 3 + 6\sqrt{2}$$

अत: **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद हैं :**

$3+4\sqrt{2}$, $3+5\sqrt{2}$, $3+6\sqrt{2}$ **उत्तर**

● **(vi)** दिया हुआ अनुक्रम :

$$0.2,\ 0.22,\ 0.222,\ 0.2222, \ldots.$$
$$a_1 = 0.2,\quad a_2 = 0.22,$$
$$a_3 = 0.222,\quad a_4 = 0.2222$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$$a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$$
$$a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$$

∵ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है।

अत: **दिया गया अनुक्रम A.P. नहीं है।** **उत्तर**

- **(vii)** दिया हुआ अनुक्रम :

$$0, \ -4, \ -8, \ -12, \ldots\ldots$$

$$a_1 = 0, \quad a_2 = -4, \quad a_3 = -8, \quad a_4 = -12$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = -4 - 0 = -4$$

$$a_3 - a_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$a_4 - a_3 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4$$

∵ दो क्रमागत पदों का अन्तर (– 4) नियत है।

∴ **सार्वअन्तर $d = -4$** और **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

तब, पाँचवाँ पद $a_5 =$ चौथा पद $a_4 +$ सार्वअन्तर d

$= -12 + (-4) = -16$

छठा पद $a_6 =$ पाँचवाँ पद $a_5 +$ सार्वअन्तर d

$= -16 + (-4) = -20$

सातवाँ पद $a_7 =$ छठा पद $a_6 +$ सार्वअन्तर d

$= -20 + (-4) = -24$

अत: **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद :**

$-16, \quad -20, \quad -24$ **उत्तर**

- **(viii)** दिया हुआ अनुक्रम :

$$-\frac{1}{2}, \ -\frac{1}{2}, \ -\frac{1}{2}, \ -\frac{1}{2}, \ldots\ldots$$

$$a_1 = -\frac{1}{2}, \quad a_2 = -\frac{1}{2}, \quad a_3 = -\frac{1}{2}, \quad a_4 = -\frac{1}{2}$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$a_3 - a_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$a_4 - a_3 = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

∵ दो क्रमागत पदों का अन्तर (शून्य) नियत है।

∴ **सार्वअन्तर $d = 0$** तथा **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

∵ **सार्वअन्तर $d = 0$** है अत: **इस A.P. का प्रत्येक पद $-\frac{1}{2}$ ही होगा।**

अत: **श्रेढ़ी के अगले तीन पद :**

$-\frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}$ **उत्तर**

- **(ix)** दिया हुआ अनुक्रम : 1, 3, 9, 27, ...

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_3 = 9, \quad a_4 = 27$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$$

$$a_3 - a_2 = 9 - 3 = 6$$

$$a_4 - a_3 = 27 - 9 = 18$$

∵ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है।

अत: **दिया गया अनुक्रम एक A.P. नहीं है।** **उत्तर**

- **(x)** दिया हुआ अनुक्रम : $a, \ 2a, \ 3a, \ 4a, \ldots\ldots$

$$a_1 = a, \quad a_2 = 2a, \quad a_3 = 3a, \quad a_4 = 4a$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = 2a - a = a$$

$$a_3 - a_2 = 3a - 2a = a$$

$$a_4 - a_3 = 4a - 3a = a$$

∵ दो क्रमागत पदों का अन्तर (a) नियत है।

अत: **सार्वअन्तर $d = a$** तथा **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** **उत्तर**

तब, पाँचवाँ पद $a_5 =$ चौथा पद $a_4 +$ सार्वअन्तर d

$= 4a + a = 5a$

छठा पद $a_6 =$ पाँचवाँ पद $a_5 +$ सार्वअन्तर d

$= 5a + a = 6a$

सातवाँ पद $a_7 =$ छठा पद $a_6 +$ सार्वअन्तर d

$= 6a + a = 7a$

अत: **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद :**

$5a, \quad 6a, \quad 7a$ **उत्तर**

- **(xi)** दिया हुआ अनुक्रम : $a, \ a^2, \ a^3, \ a^4, \ldots\ldots$

$$a_1 = a, \quad a_2 = a^2, \quad a_3 = a^3, \quad a_4 = a^4$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a-1)$$

$$a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a-1)$$

$$a_4 - a_3 = a^4 - a^3 = a^3(a-1)$$

∵ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है।

अत: **दिया गया अनुक्रम एक A.P. नहीं है।** **उत्तर**

- **(xii)** दिया हुआ अनुक्रम : $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \ldots\ldots$

$$a_1 = \sqrt{2}, \ a_2 = \sqrt{8}, \ a_3 = \sqrt{18}, \ a_4 = \sqrt{32}$$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :

$$a_2 - a_1 = \sqrt{8} - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{4} - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}\,(\sqrt{4} - 1)$$

$$= \sqrt{2}\,(2 - 1) = \sqrt{2}$$

$$a_3 - a_2 = \sqrt{18} - \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{9} - \sqrt{2}\,\sqrt{4}$$

$$= \sqrt{2}\,(\sqrt{9} - \sqrt{4})$$

$$= \sqrt{2}\,(3 - 2) = \sqrt{2}$$

$$a_4 - a_3 = \sqrt{32} - \sqrt{18}$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{16} - \sqrt{2}\,\sqrt{9}$$

$= \sqrt{2}\,(\sqrt{16} - \sqrt{9})$
$= \sqrt{2}\,(4 - 3) = \sqrt{2}$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर $\sqrt{2}$ नियत है।

अतः **सार्वअन्तर $d = \sqrt{2}$** तथा **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** उत्तर

तब, 5 वाँ पद a_5 = 4 वाँ पद a_4 + सार्वअन्तर d
$= \sqrt{32} + \sqrt{2}$
$= \sqrt{2}\sqrt{16} + \sqrt{2}$
$= \sqrt{2}\,(\sqrt{16} + 1)$
$= \sqrt{2}\,(4 + 1)$
$= 5\sqrt{2}$
$= \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \sqrt{50}$

6 वाँ पद a_6 = 5 वाँ पद a_5 + सार्वअन्तर d
$= \sqrt{50} + \sqrt{2}$
$= \sqrt{2}\sqrt{25} + \sqrt{2}$
$= \sqrt{2}(\sqrt{25} + 1)$
$= \sqrt{2}\,(5 + 1)$
$= 6\sqrt{2}$
$= \sqrt{36} \times \sqrt{2} = \sqrt{72}$

7 वाँ पद a_7 = 6 वाँ पद a_6 + सार्वअन्तर d
$= \sqrt{72} + \sqrt{2}$
$= \sqrt{2}\sqrt{36} + \sqrt{2}$
$= \sqrt{2}\,(\sqrt{36} + 1)$
$= \sqrt{2}\,(6 + 1)$
$= 7\sqrt{2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = \sqrt{98}$

अतः **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद :**
$\sqrt{50}, \sqrt{72}, \sqrt{98}$ उत्तर

● **(xiii)** दिया हुआ अनुक्रम :
$\sqrt{3},\ \sqrt{6},\ \sqrt{9},\ \sqrt{12}, \ldots..$
$a_1 = \sqrt{3},\ \ a_2 = \sqrt{6},\ \ a_3 = \sqrt{9},\ \ a_4 = \sqrt{12}$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$a_2 - a_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3}$
$= \sqrt{3}\sqrt{2} - \sqrt{3}$
$= \sqrt{3}\,(\sqrt{2} - 1)$
$a_3 - a_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6}$
$= \sqrt{3}\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{2}$
$= \sqrt{3}\,(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
$a_4 - a_3 = \sqrt{12} - \sqrt{9}$
$= \sqrt{3}\,\sqrt{4} - \sqrt{9}$
$= 2\sqrt{3} - 3$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है।

अतः **दिया गया अनुक्रम एक A.P. नहीं है।** उत्तर

● **(xiv)** दिया हुआ अनुक्रम : $1^2,\ 3^2,\ 5^2,\ 7^2, \ldots..$
$a_1 = 1^2,\ \ a_2 = 3^2,\ \ a_3 = 5^2,\ \ a_4 = 7^2$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$a_2 - a_1 = 3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$
$a_3 - a_2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर नियत नहीं है।

अतः **दिया गया अनुक्रम एक A.P. नहीं है।** उत्तर

● **(xv)** दिया हुआ अनुक्रम : $1^2,\ 5^2,\ 7^2,\ 73, \ldots...$
$a_1 = 1^2,\ \ a_2 = 5^2,\ \ a_3 = 7^2,\ \ a_4 = 73,$

दो क्रमागत पदों का अन्तर :
$a_2 - a_1 = 5^2 - 1^2 = 25 - 1 = 24$
$a_3 - a_2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$
$a_4 - a_3 = 73 - 7^2 = 73 - 49 = 24$

$\because$ दो क्रमागत पदों का अन्तर 24 नियत है।

$\therefore$ सार्वअन्तर $d = 24$ और **दिया गया अनुक्रम एक A.P. है।** उत्तर

तब, 5 वाँ पद a_5 = 4 वाँ पद a_4 + सार्वअन्तर d
$= 73 + 24 = 97$

6 वाँ पद a_6 = 5 वाँ पद a_5 + सार्वअन्तर d
$= 97 + 24 = 121 = (11)^2$

7 वाँ पद a_7 = 6 वाँ पद a_6 + सार्वअन्तर d
$= (11)^2 + 24$
$= 121 + 24 = 145$

अतः **दिए गए अनुक्रम के अगले तीन पद :**
$97, 11^2, 145$ उत्तर

प्रश्नावली | 5.2

प्रश्न 1. निम्नलिखित सारणी में, रिक्त स्थानों को भरिए, जहाँ A.P. का प्रथम पद a, सार्वअन्तर d और n वाँ पद a_n है : **[NCERT EXERCISE]**

	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	…
(ii)	−18	…	10	0
(iii)	…	− 3	18	−5
(iv)	− 18.9	2.5	…	3.6
(v)	3.5	0	105	…

हल : (i) दिया है, $a = 7,\ d = 3,\ n = 8,\ a_n = ?$

$\because$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n - 1)\,d$

$\therefore$ $a_n = 7 + (8 - 1) \times 3$
$= 7 + (7 \times 3) = 7 + 21 = 28$

अतः **$a_n = 28$** उत्तर

● **(ii)** दिया है, $a = -18, n = 10, a_n = 0, d = ?$

$\because$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore$ $0 = -18 + (10-1)d$

$\Rightarrow$ $-18 + 9d = 0$

$\Rightarrow$ $9d = 18$ या $d = 2$

अतः $\boldsymbol{d = 2}$ **उत्तर**

● **(iii)** दिया है, $d = -3, n = 18, a_n = -5, a = ?$

$\because$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore$ $-5 = a + (18-1)\times(-3)$

$\therefore$ $-5 = a + (-51)$

या $a = -5 + 51 = 46$

अतः $\boldsymbol{a = 46}$ **उत्तर**

(iv) दिया है,

$a = -18.9, d = 2.5, a_n = 3.6, n = ?$

$\because$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore$ $3.6 = -18.9 + (n-1)(2.5)$

या $18.9 + 3.6 = (n-1)(2.5)$

या $(n-1)\times(2.5) = 22.5$

या $n - 1 = \frac{22.5}{2.5} = 9$

या $n = 1 + 9 = 10$

अतः $\boldsymbol{n = 10}$ **उत्तर**

● **(v)** दिया है, $a = 3.5, d = 0, n = 10.5, a_n = ?$

$\because$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore$ $a_n = 3.5 + (10.5 - 1)(0)$

$= 3.5$

अतः $\boldsymbol{a_n = 3.5}$ **उत्तर**

प्रश्न 2. (i) A.P. : 10, 7, 4, ..., का 30वाँ पद है : **[NCERT EXERCISE]**

(a) 97 (b) 77 (c) −77 (d) −87

हल : दिया है, A.P. 10, 7, 4, ...

यहाँ प्रथम पद $(a) = 10$

तथा सार्वअन्तर $(d) = 7 - 10 = -3$

$\therefore$ A.P. का 30वाँ पद

$a_{30} = a + (n-1)d$

$= 10 + (30-1)\times -3$ [$n = 30$ रखने पर]

$= 10 + 29 \times (-3)$

$= 10 + (-87) = -77$

अतः विकल्प **(c)** सही है। **उत्तर**

(ii) A.P. : $-3, -\frac{1}{2}, 2, \ldots$, का 11वाँ पद है : **[NCERT EXERCISE]**

(a) 28 (b) 22 (c) −38 (d) $-48\frac{1}{2}$

हल : दी हुई A.P. : $-3, -\frac{1}{2}, 2, \ldots..$

यहाँ प्रथम पद $a = -3$

तथा सार्वअन्तर $d = -\frac{1}{2} - (-3) = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$

$\because$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore$ A.P. का 11 वाँ पद $a_n = -3 + (11-1)\times\frac{5}{2}$

[$n = 11$ रखने पर]

$= -3 + 10 \times \frac{5}{2}$

$= -3 + 25 = 22$

अतः **विकल्प (b) सही है।** **उत्तर**

प्रश्न 3. निम्नलिखित समान्तर श्रेढ़ियों में, रिक्त खानों (boxes) के पदों को ज्ञात कीजिए : **[NCERT EXERCISE]**

(i) 2, ☐, 26

(ii) ☐, 13, ☐, 3

(iii) 5, ☐, ☐, $9\frac{1}{2}$

(iv) −4, ☐, ☐, ☐, ☐, 6

(v) ☐, 38, ☐, ☐, ☐, −22

हल : (i) पहला पद $a = 2$,

तीसरा पद $a_3 = 26$,

दूसरा पद $a_2 = ?$

माना सार्वअन्तर d है

तब, A.P. का तीसरा पद $a_3 = a + 2d = 26$

या $2 + 2d = 26$

या $2d = 24 \Rightarrow d = 12$

$\therefore$ A.P. का दूसरा पद $a_2 = a + d = 2 + 12 = 14$

अतः **रिक्त बॉक्स का पद $a_2 = 14$** **उत्तर**

● **(ii)** पहला पद = ?, दूसरा पद $a_2 = 13$, तीसरा पद $a_3 = ?$, चौथा पद $a_4 = 3$

माना पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है

तब, A.P. का दूसरा पद $a_2 = a + d$

परन्तु प्रश्नानुसार $a + d = 13$ ...(1)

और A.P. का चौथा पद $a_4 = a + 3d$

परन्तु प्रश्नानुसार $a + 3d = 3$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$2d = -10 \Rightarrow d = -5$

$\because$ समीकरण (1) से, $a + d = 13$

या $a + (-5) = 13$

$\Rightarrow$ $a = 13 + 5 = 18$

$\therefore$ पहला पद $a = 18$ और A.P. का तीसरा पद

a_3 = दूसरा पद a_2 + सार्वअन्तर d

$= 13 + (-5) = 8$

अतः **रिक्त बॉक्सों के पद क्रमशः 18 व 8 हैं।** **उत्तर**

● **(iii)** माना सार्वअन्तर d है

∵ पहला पद $a = 5$, चौथा पद $a_4 = 9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$, दूसरा पद $a_2 = ?$ और तीसरा पद $a_3 = ?$

परन्तु A.P. का चौथा पद $a_4 = a + 3d$

$\Rightarrow \quad a + 3d = \frac{19}{2}$

या $\quad 5 + 3d = \frac{19}{2} \qquad [\because a = 5]$

$\Rightarrow \quad 3d = \frac{19}{2} - 5 = \frac{19-10}{2} = \frac{9}{2}$

$\Rightarrow \quad d = \frac{9}{2\times 3} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

तब, A.P. का दूसरा पद $a_2 = a + d = 5 + \frac{3}{2}$

$= \frac{10+3}{2} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$

और A.P. का तीसरा पद a_3 = दूसरा पद a_2 + सार्वअन्तर d

$= 6\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = \frac{13}{2} + \frac{3}{2}$

$= \frac{16}{2} = 8$

अत: **रिक्त बॉक्सों के पद क्रमशः $6\frac{1}{2}$ व 8 हैं। उत्तर**

● **(iv)** दूसरा पद $a_2 = ?$, तीसरा पद $a_3 = ?$, चौथा पद $a_4 = ?$ और पाँचवाँ पद $a_5 = ?$

∵ पहला पद $a = -4$ और यदि सार्वअन्तर d हो तो A.P. का 6वाँ पद $= a + (6-1)\,d$

$= a + 5\,d = 6 \qquad$ (दिया है)

$\because \quad a + 5\,d = 6 \quad$ तथा $\quad a = -4$

$\therefore \quad -4 + 5\,d = 6 \quad$ या $\quad 5\,d = 6 + 4 = 10$

या $\quad d = 2$

तब, A.P. का दूसरा पद

$a_2 = a + d = -4 + 2 = -2$

A.P. का तीसरा पद

$a_3 = a_2 + d = -2 + 2 = 0$

A.P. का चौथा पद

$a_4 = a_3 + d = 0 + 2 = 2$

A.P. का पाँचवाँ पद

$a_5 = a_4 + d = 2 + 2 = 4$

अत: **रिक्त बॉक्सों के पद क्रमशः − 2 , 0, 2, 4 हैं। उत्तर**

● **(v)** माना पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

तीसरा पद $a_3 = ?$, चौथा पद $a_4 = ?$ और पाँचवाँ पद $a_5 = ?$

तब, A.P. का दूसरा पद $= a + d$

$\Rightarrow \quad a + d = 38 \qquad$ (दिया है) ...(1)

और A.P. का छठा पद $= a + (6-1)\,d = a + 5\,d$

$\Rightarrow \quad a + 5\,d = -22 \qquad$ (दिया है) ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$(a + 5\,d) - (a + d) = -22 - 38$

$\Rightarrow \quad 4\,d = -60 \quad$ या $\quad d = -15$

समीकरण (1) में $d = -15$ रखने पर,

$a + (-15) = 38 \Rightarrow a = 38 + 15$

$\Rightarrow \quad a = 53$

तब, A.P. का तीसरा पद

$a_3 = a_2 + d = 38 + (-15) = 23$

$[\because a_2 = 38]$

A.P. का चौथा पद

$a_4 = a_3 + d = 23 + (-15) = 8$

A.P. का पाँचवाँ पद

$a_5 = a_4 + d = 8 + (-15) = -7$

अत: **रिक्त बॉक्सों के पद क्रमशः 53, 23, 8 और − 7 हैं। उत्तर**

प्रश्न 4. A.P. : 3, 8, 13, 18, ... का कौन-सा पद 78 है? [NCERT EXERCISE]

हल : दी गई A.P. : 3, 8, 13, 18, ...

पहला पद $a = 3$

तथा $\quad$ सार्वअन्तर $d = 8 - 3 = 5$

माना n वाँ पद 78 है

$\because \quad n$वाँ पद $a_n = 78$

$\Rightarrow \quad a + (n-1)\,d = 78$

$[\because a_n = a + (n-1)\,d]$

$\Rightarrow \quad 3 + (n-1)\,5 = 78$

$\Rightarrow \quad 3 + 5\,n - 5 = 78$

$\Rightarrow \quad 5\,n = 78 + 5 - 3 = 80$

$\Rightarrow \quad n = \frac{80}{5} = 16$

अत: **16 वाँ पद 78 है। उत्तर**

प्रश्न 5. निम्नलिखित समान्तर श्रेढ़ियों में से प्रत्येक श्रेढ़ी में कितने पद हैं? [NCERT EXERCISE]

(i) 7, 13, 19, ..., 205

(ii) 18, $15\frac{1}{2}$, 13, ..., − 47

हल : (i) दी गई समान्तर श्रेढ़ी (A.P.) : 7, 13, 19, ..., 205

पहला पद $a = 7$ तथा सार्वअन्तर $d = 13 - 7 = 6$

माना दी गई A.P. में n पद हैं जिससे nवाँ पद

$a_n = 205$

$\because \quad n$वाँ पद $a_n = 205$

$\therefore \quad a + (n-1)\,d = 205$

$[\because a_n = a + (n-1)\,d]$

या $\quad 7 + (n-1)\,6 = 205$

या $7 + 6n - 6 = 205$

या $6n = 205 + 6 - 7 = 204$

$\therefore$ $n = \frac{204}{6} = 34$

अत: **दी गई A.P. में 34 पद हैं।** **उत्तर**

● **(ii)** दी गई समान्तर श्रेढ़ी (A.P.) : 18, $15\frac{1}{2}$, 13, ..., − 47

पहला पद $a = 18$

तथा सार्वअन्तर $d = 15\frac{1}{2} - 18$

$= \frac{31}{2} - 18$

$= \frac{31 - 36}{2} = \frac{-5}{2}$

माना दी गई समान्तर श्रेढ़ी में n पद हैं।

तब, nवाँ पद $a_n = -47$

$\therefore$ $a + (n-1)d = -47$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

या $18 + (n-1)\left(-\frac{5}{2}\right) = -47$

या $-\frac{5(n-1)}{2} = -47 - 18 = -65$

या $(n-1) = \frac{65 \times 2}{5} = 26$

$\therefore$ $n = 1 + 26 = 27$

अत: **दी गई A.P. में 27 पद हैं।** **उत्तर**

प्रश्न 6. क्या A.P. : 11, 8, 5, 2, ... का एक पद −150 है? क्यों? **[NCERT EXERCISE]**

हल : दी गई A.P. : 11, 8, 5, 2, ...

पहला पद $a = 11$ तथा सार्वअन्तर $d = 8 - 11 = -3$

माना A.P. का nवाँ पद − 150 है।

$\because$ n वाँ पद $a_n = -150$

$\therefore$ $a + (n-1)d = -150$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

या $11 + (n-1) \times -3 = -150$

या $-3(n-1) = -150 - 11 = -161$

या $(n-1) = \frac{-161}{-3} = 53.6$ लगभग

$\therefore$ $n = 53.6 + 1 = 54.6$

$\because$ n का मान एक पूर्ण संख्या नहीं है।

अत: **दी गई A.P. का कोई पद −150 नहीं है।** **उत्तर**

प्रश्न 7. उस A.P. का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11वाँ पद 38 है और 16वाँ पद 73 है। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का प्रथम पद a तथा सार्वअन्तर d है।

दिया है, A.P. का 11 वाँ पद $a_{11} = 38$

$\therefore$ $a + (11-1)d = 38$ $[\because a_n = a + (n-1)d]$

या $a + 10d = 38$ ...(1)

और दिया है, A.P. का 16 वाँ पद $a_{16} = 73$

$\therefore$ $a + (16-1)d = 73$

या $a + 15d = 73$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$(a + 15d) - (a + 10d) = 73 - 38$

या $5d = 35 \Rightarrow d = 7$

समीकरण (1) में $d = 7$ रखने पर,

$a + 10 \times 7 = 38$

या $a + 70 = 38 \Rightarrow a = 38 - 70 = -32$

$\therefore$ A.P. का 31 वाँ पद $a_{31} = a + (31-1)d$

$= -32 + 30 \times 7$

$= -32 + 210 = 178$

अत: **A.P. का 31 वाँ पद = 178** **उत्तर**

प्रश्न 8. एक A.P. में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अन्तिम पद 106 है। इसका 29वाँ पद ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का प्रथम पद a तथा सार्वअन्तर d है।

तब, इसका तीसरा पद $a_3 = a + (3-1)d = a + 2d$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

और अन्तिम 50वाँ पद $a_{50} = a + (50-1)d = a + 49d$

तब, प्रश्नानुसार, $a + 2d = 12$ ...(1)

तथा $a + 49d = 106$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$(a + 49d) - (a + 2d) = 106 - 12$

या $47d = 94$ या $d = \frac{94}{47} = 2$

तब समीकरण (1) में $d = 2$ रखने पर,

$a + 2 \times 2 = 12$

या $a + 4 = 12 \Rightarrow a = 8$

$\because$ $a = 8$ तथा $d = 2$

$\therefore$ A.P. का 29वाँ पद $a_{29} = a + (29-1)d$

$= 8 + 28 \times 2$

$= 8 + 56$

$= 64$

अत: **दी गई A.P. का 29 वाँ पद 64 है।** **उत्तर**

प्रश्न 9. यदि किसी A.P. के तीसरे और नौवें पद क्रमश: 4 और −8 हैं, तो इसका कौन-सा पद शून्य होगा? **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

तब, A.P. का तीसरा पद $a_3 = a + 2d$

तथा नौवाँ पद $a_9 = a + (9-1)d$

$= a + 8d$

प्रश्नानुसार, $a + 2d = 4$ ...(1)

तथा $a + 8d = -8$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$$(a+8d)-(a+2d)=-8-4$$

या $6d=-12$ या $d=-2$

समीकरण (1) में $d=-2$ रखने पर,

$$a+2\times(-2)=4$$

या $a-4=4 \Rightarrow a=8$

माना A.P. का n वाँ पद शून्य होगा अर्थात् $a_n=0$

$\because$ nवाँ पद $a_n=0$

या $a+(n-1)d=0$

या $8+(n-1)\times-2=0$

या $-2(n-1)=-8$

या $(n-1)=4 \Rightarrow n=5$

अतः **दी गई A.P. का 5 वाँ पद शून्य होगा।** उत्तर

प्रश्न 10. किसी A.P. का 17वाँ पद उसके 10वें पद से 7 अधिक है। इसका सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

तब, A.P. का 17वाँ पद

$$a_{17}=a+(17-1)d=a+16d$$

$$[\because a_n=a+(n-1)d]$$

A.P. का 10 वाँ पद

$$a_{10}=a+(10-1)d=a+9d$$

प्रश्नानुसार, A.P. का 17 वाँ पद, 10 वें पद से 7 अधिक है।

$\therefore$ 17वाँ पद = 10 वाँ पद + 7

$\Rightarrow (a+16d)=(a+9d)+7$

$\Rightarrow (a+16d)-(a+9d)=7$

$\Rightarrow 7d=7 \Rightarrow d=1$

अतः **A.P. का सार्वअन्तर = 1** उत्तर

प्रश्न 11. A.P. : 3, 15, 27, 39, ... का कौन-सा पद उसके 54वें पद से 132 अधिक होगा? **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना अभीष्ट पद nवाँ पद है।

दी गई A.P. : 3, 15, 27, 39, ...

माना प्रथम पद $a=3$

तथा सार्वअन्तर $d=15-3=12$

तब, A.P. का 54वाँ पद

$$a_{54}=a+(54-1)d$$

$$[\because a_n=a+(n-1)d]$$

$$=3+(53\times12)$$

$$=3+636=639$$

प्रश्नानुसार, nवाँ पद = 54 वें पद से 132 अधिक

$\therefore a_n=639+132$

$\therefore a_n=771$

$\therefore$ nवाँ पद $a_n=771$

या $a+(n-1)d=771$

या $3+(n-1)12=771$

या $(n-1)12=771-3=768$

या $n-1=\frac{768}{12}=64$

$\therefore n=64+1=65$

अतः **A.P. का 65वाँ पद 54 वें पद से 132 अधिक है।** उत्तर

प्रश्न 12. दो समान्तर श्रेढ़ियों का सार्वअन्तर समान है। यदि इनके 100 वें पदों का अन्तर 100 है तो इनके 1000 वें पदों का अन्तर क्या होगा? **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना पहली A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है और दूसरी A.P. का पहला पद A तथा सार्वअन्तर d है क्योंकि सार्वअन्तर समान है।

तब, पहली A.P. का 100 वाँ पद

$$a_{100}=a+(100-1)d$$

$$[\because a_n=a+(n-1)d]$$

$$=a+99d$$

दूसरी A.P. का 100वाँ पद

$$A_{100}=A+(100-1)d=A+99d$$

$\therefore$ दोनों समान्तर श्रेढ़ियों के 100 वें पदों का अन्तर

$$=(A+99d)-(a+99d)$$

$$=A-a$$

तब, प्रश्नानुसार,

$$A-a=100 \quad ...(1)$$

अब, पहली A.P. का 1000 वाँ पद

$$a_{1000}=a+(1000-1)d$$

$$=a+999d$$

दूसरी A.P. का 1000 वाँ पद

$$A_{1000}=A+(1000-1)d$$

$$=A+999d$$

$\therefore$ दोनों समान्तर श्रेढ़ियों के 1000वें पदों का अन्तर

$$=(A+999d)-(a+999d)$$

$$=A-a$$

$\therefore$ दोनों समान्तर श्रेढ़ियों के 1000 वें पदों का अन्तर

$$=A-a=100 \quad \text{[समीकरण (1) से]}$$

अतः **1000 वें पदों का अन्तर = 100** उत्तर

प्रश्न 13. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं? **[NCERT EXERCISE]**

हल : तीन अंकों की संख्याओं की सूची :

100, 101, 102, ... , 999

3 अंकों की 7 से विभाज्य प्रथम संख्या = 105 और अन्तिम संख्या = 994

तब, 7 से विभाज्य 3 अंकीय संख्याओं की सूची :

105, (105 + 7) , (105 + 7 + 7), ..., 994

≡ 105, 112, 119, ... , 994

स्पष्ट है कि ये एक समान्तर श्रेढ़ी निरूपित करती है।

माना ऐसी कुल संख्याएँ n हैं।

पहली संख्या $a = 105$,

सार्वअन्तर $d = 112 - 105 = 7$,

nवाँ पद $= 994$

$\because$ nवाँ पद $a_n = 994$

$\therefore$ $a + (n-1)d = 994$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

$\Rightarrow$ $105 + (n-1) \times 7 = 994$

$\Rightarrow$ $(n-1) \times 7 = 994 - 105 = 889$

$\Rightarrow$ $(n-1) = \frac{889}{7} = 127$

$\Rightarrow$ $n = 127 + 1 = 128$

अतः **7 से विभाज्य तीन अंकीय संख्याएँ $= 128$** उत्तर

प्रश्न 14. 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं? **[NCERT EXERCISE]**

हल : 10 से बड़ा 4 का पहला गुणज $= 12$

तथा 250 से छोटा 4 का पहला गुणज $= 248$

तब, 10 और 250 के बीच 4 के गुणजों की सूची :

$12, 12+4, (12+4+4), \ldots\ldots, 248$

$\equiv 12, 16, 20, 24, \ldots\ldots, 248$

स्पष्ट है कि यह एक समान्तर श्रेढ़ी निरूपित करती है।

माना गुणजों की संख्या n है

पहला पद $a = 12$, सार्वअन्तर $d = 16 - 12 = 4$

तब, A.P. का nवाँ पद $a_n = 248$

$\therefore$ $a + (n-1)d = 248$

या $12 + (n-1)4 = 248$

या $12 + 4n - 4 = 248$

या $4n = 248 + 4 - 12 = 240$

$\therefore$ $n = \frac{240}{4} = 60$

अतः **10 और 250 के बीच 4 के गुणजों की संख्या $= 60$** उत्तर

प्रश्न 15. n के किस मान के लिए, दोनों समान्तर श्रेढ़ियों 63, 65, 67, ... और 3, 10, 17, ... के nवें पद बराबर होंगे? **[NCERT EXERCISE]**

हल : पहली समान्तर श्रेढ़ी 63, 65, 67, ...

पहला पद $a = 63$, सार्वअन्तर $d = 65 - 63 = 2$

$\therefore$ A.P. का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$= 63 + (n-1)2$

$= 63 + 2n - 2$

$= 61 + 2n$

दूसरी समान्तर श्रेढ़ी $= 3, 10, 17, \ldots\ldots$

पहला पद $A = 3$ सार्वअन्तर $D = 10 - 3 = 7$

$\therefore$ A.P. का n वाँ पद $A_n = A + (n-1)D$

$= 3 + (n-1)7$

$= 3 + 7n - 7$

$= 7n - 4$

$\because$ दोनों श्रेढ़ियों के n वें पद बराबर हैं।

$\therefore$ $7n - 4 = 61 + 2n$

या $7n - 2n = 61 + 4$

या $5n = 65 \Rightarrow n = 13$

अतः **दी गई दोनों समान्तर श्रेढ़ियों के 13वें पद समान हैं।** उत्तर

प्रश्न 16. वह A.P. ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 है और 7वाँ पद 5वें पद से 12 अधिक है। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का पहला पद a है तथा सार्वअन्तर d है।

तब, A.P. का तीसरा पद $a_3 = 16$

या $a + 2d = 16$ ...(1)

A.P. का 7वाँ पद $a_7 = a + (7-1)d$

$= a + 6d$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

तथा 5वाँ पद $a_5 = a + (5-1)d$

$= a + 4d$

प्रश्नानुसार, A.P. का 7वाँ पद 5वें पद से 12 अधिक है

$\therefore$ $a_7 = a_5 + 12$

$\Rightarrow$ $(a + 6d) = (a + 4d) + 12$

$\Rightarrow$ $(a + 6d) - (a + 4d) = 12$

$\Rightarrow$ $a + 6d - a - 4d = 12$

$\Rightarrow$ $2d = 12$ या $d = 6$

d का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

$a + 2 \times 6 = 16$ या $a = 4$

$\therefore$ $a = 4$ तथा $d = 6$

$\therefore$ A.P. का पहला पद $a = 4$

दूसरा पद $a_2 = a + d = 4 + 6 = 10$

तीसरा पद $a_3 = a_2 + d = 10 + 6 = 16$

चौथा पद $a_4 = a_3 + d = 16 + 6 = 22$

अतः **अभीष्ट A.P. है : 4, 10, 16, 22, ...** उत्तर

प्रश्न 17. A.P. : 3, 8, 13, ..., 253 में अन्तिम पद से 20वाँ पद ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : A.P. : 3, 8, 13, ..., 253

पहला पद $a = 3$, सार्वअन्तर $d = 8 - 3 = 5$

यदि इस A.P. को अवरोही क्रम में लिखें तो यह निम्नवत् होगी—

$253, (253-5), (253-10), (253-15), \ldots\ldots, 3$

या $253, 248, 243, 238, \ldots\ldots, 3$

अब, पहला पद $a = 253$

तथा सार्वअन्तर $d = 248 - 253 = -5$

इस A.P. का 20वाँ पद

$$a_{20} = a + (20-1)\, d \quad [\because a_n = a + (n-1)\, d]$$
$$= 253 + (19 \times -5)$$
$$= 253 - 95 = 158$$

अत: **दी गई A.P. में अन्तिम पद से 20 वाँ पद = 158** **उत्तर**

वैकल्पिक विधि :

A.P. का अन्त से n वाँ पद $= l - (n-1)\, d$
जहाँ पर l = अन्तिम पद

यहाँ पर $l = 253$, $d = 8 - 3 = 5$, $n = 20$

A.P. का अन्त से 20वाँ पद $= 253 - (20-1)\, 5$
$= 253 - 19 \times 5$
$= 253 - 95$
$= \mathbf{158}$ **उत्तर**

प्रश्न 18. किसी A.P. के चौथे और 8वें पदों का योग 24 है तथा छठे और 10वें पदों का योग 44 है। इस A.P. के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

प्रश्नानुसार, चौथा पद a_4 + 8वाँ पद $a_8 = 24$

या $a + (4-1)\, d + a + (8-1)\, d = 24$ $[\because a_n = a + (n-1)\, d]$

या $a + 3\,d + a + 7\,d = 24$

या $2\,a + 10\,d = 24$

या $a + 5\,d = 12$ ...(1)

तथा छठा पद a_6 + दसवाँ पद $a_{10} = 44$

या $a + (6-1)\, d + a + (10-1)\, d = 44$

या $a + 5\,d + a + 9\,d = 44$

या $2\,a + 14\,d = 44$

या $a + 7\,d = 22$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$$(a + 7\,d) - (a + 5\,d) = 22 - 12$$

या $2\,d = 10 \Rightarrow d = 5$

d का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$a + 5 \times 5 = 12$$

या $a + 25 = 12 \Rightarrow a = -13$

तब, A.P. का पहला पद $a = -13$

दूसरा पद $a_2 = a + d = -13 + 5 = -8$

तीसरा पद $a_3 = a_2 + d = -8 + 5 = -3$

अत: **दी गई A.P. के प्रथम तीन पद $= -13, -8, -3$** **उत्तर**

प्रश्न 19. सुब्बा राव ने 1995 में ₹ 5000 के मासिक वेतन पर कार्य आरम्भ किया और प्रत्येक वर्ष ₹ 200 की वेतन वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उसका वेतन ₹ 7000 हो गया? **[NCERT EXERCISE]**

हल : पहले वर्ष में प्रारम्भिक वेतन = ₹ 5000 प्रति मास

दूसरे वर्ष में वेतन = 5000 + 200 = ₹ 5200 प्रति मास

तीसरे वर्ष में वेतन = 5200 + 200 = ₹ 5400 प्रति मास

इस प्रकार प्रत्येक वर्ष के वेतन (₹)

5000, 5200, 5400, ... एक समान्तर श्रेढ़ी बनाते हैं।

जिसका पहला पद $a = 5000$

तथा सार्वअन्तर $d = 5200 - 5000$
$= 200$

माना n वर्ष बाद वेतन ₹ 7000 होगा

तब, इस A.P. का n वाँ पद $a_n = 7000$

$\therefore$ $a + (n-1)\, d = 7000$

या $5000 + (n-1)\, 200 = 7000$

या $(n-1) \times 200 = 7000 - 5000$

या $(n-1) \times 200 = 2000$

या $(n-1) = \dfrac{2000}{200} = 10$

या $n = 10 + 1 = 11$

अत: **11 वें वर्ष में सुब्बाराव का वेतन ₹ 7000 होगा।** **उत्तर**

प्रश्न 20. रामकली ने किसी वर्ष के प्रथम सप्ताह में ₹ 50 की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत ₹ 1.75 बढ़ाती गई। यदि *n*वें सप्ताह में उसकी साप्ताहिक बचत ₹ 207.50 हो जाती है, तो *n* ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : प्रथम सप्ताह की बचत = ₹ 50

प्रत्येक सप्ताह की बचत में उत्तरोत्तर ₹ 17.5 की वृद्धि होती है।

इस प्रकार प्रत्येक सप्ताह की बचतें, 50, (50 + 17.5), (50 + 17.5 + 17.5), ..., 207.50 अर्थात् 50, 67.5, 85, ..., 207.50

$\therefore$ प्रत्येक सप्ताह की बचतें एक A.P. का निर्माण करती हैं जिसका पहला पद $a = 5$ तथा सार्वअन्तर $d = 67.5 - 50$
$= 17.5$

$\because$ n वें सप्ताह में बचत $(a_n) = 207.50$

$\therefore$ $a + (n-1)\, d = 207.50$

या $50 + (n-1) \times 17.5 = 207.50$

या $(n-1) \times 17.5 = 207.50 - 50$

या $(n-1) \times 17.5 = 157.5$

या $n - 1 = \dfrac{157.5}{17.5} = 9$

$\therefore$ $n = 9 + 1 = 10$

अत: $\mathbf{n = 10}$ **उत्तर**

प्रश्नावली | 5.3

प्रश्न 1. निम्नलिखित समान्तर श्रेढ़ियों का योग ज्ञात कीजिए :

(i) 2, 7, 12, ..., 10 पदों तक [NCERT EXERCISE]

(ii) −37, − 33, − 29, ..., 12 पदों तक [NCERT EXERCISE]

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, ..., 100 पदों तक [NCERT EXERCISE]

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \ldots,$ **11 पदों तक** [NCERT EXERCISE]

हल : (i) दी गई समान्तर श्रेढ़ी : 2, 7, 12, ... , 10 पदों तक

प्रथम पद $a = 2$, सार्वअन्तर $d = 7 - 2 = 5$, पदों की संख्या $n = 10$

A.P. के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

∴ 10 पदों तक योग $S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 2 + (10-1)5]$

$= 5[4 + (9 \times 5)]$

$= 5[4 + 45]$

$= 5 \times 49 = 245$

अत: **A.P. के 10 पदों तक का योग = 245** उत्तर

● **(ii)** दी गई समान्तर श्रेढ़ी : − 37, − 33, − 29, ... , 12 पदों तक

प्रथम पद $a = -37$,

सार्वअन्तर $d = (-33) - (-37)$

$= -33 + 37 = 4$

और पदों की संख्या $n = 12$

∵ A.P. के n पदों तक योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

∴ 12 पदों तक योग

$$S_{12} = \frac{12}{2}[(2 \times -37) + (12-1) \times 4]$$

$= 6[-74 + (11 \times 4)]$

$= 6[-74 + 44]$

$= 6 \times -30$

$= -180$

अत: A.P. **के 12 पदों तक का योग = − 180** उत्तर

● **(iii)** दी गई समान्तर श्रेढ़ी : 0.6, 1.7, 2.8, ... , 100 पदों तक

प्रथम पद $a = 0.6$,

सार्वअन्तर $d = 1.7 - 0.6 = 1.1$,

पदों की संख्या $n = 100$

∵ A.P. के n पदों तक योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

∴ 100 पदों तक योग

$$S_{100} = \frac{100}{2}[(2 \times 0.6) + (100-1) \times 1.1]$$

$= 50[1.2 + 99 \times 1.1]$

$= 50[1.2 + 108.9] = 50 \times 110.1$

$= 5505$

अत: **A.P. के 100 पदों तक का योग = 5505** उत्तर

● **(iv)** दी गई समान्तर श्रेढ़ी : $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \ldots,$ 11 पदों तक

पहला पद $a = \frac{1}{15}$,

सार्वअन्तर $d = \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{15-12}{180}$

$= \frac{3}{180} = \frac{1}{60}$

पदों की संख्या $n = 11$

∵ A.P. के n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

∴ 11 पदों का योग

$$S_{11} = \frac{11}{2}\left[\left(2 \times \frac{1}{15}\right) + (11-1) \times \frac{1}{60}\right]$$

$= \frac{11}{2}\left[\frac{2}{15} + \left(10 \times \frac{1}{60}\right)\right]$

$= \frac{11}{2}\left[\frac{2}{15} + \frac{1}{6}\right]$

$= \frac{11}{2}\left[\frac{12+15}{90}\right]$

$= \frac{11}{2} \times \frac{27}{90} = \frac{11}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{33}{20}$

अत: **A.P. के 11 पदों का योग =** $\mathbf{\frac{33}{20}}$ उत्तर

प्रश्न 2. नीचे दिए हुए योगफलों को ज्ञात कीजिए : **[NCERT EXERCISE]**

(i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + ... + 84$

(ii) $34 + 32 + 30 + ... + 10$

(iii) $-5 + (-8) + (-11) + ... + (-230)$

हल : (i) हमें ज्ञात करना है :

$$7 + 10\frac{1}{2} + 14 + ... + 84$$

स्पष्ट है यह एक A.P. को निरूपित करता है।

पहला पद $a = 7$

तथा सार्वअन्तर $d = 10\frac{1}{2} - 7 = \frac{21}{2} - 7 = \frac{21-14}{2} = \frac{7}{2}$

यदि इस A.P. में n पद हों तो

nवाँ पद $a_n = a + (n-1)d = 84$ (दिया है)

या $7 + (n-1)\frac{7}{2} = 84$ या $1 + \frac{n-1}{2} = 12$

या $\frac{n-1}{2} = 12 - 1 = 11$

या $n - 1 = 22$ या $n = 23$

∴ इस A.P. में 23 पद हैं।

तब, $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + ... + 84 = S_{23}$

∴ $S_{23} = \frac{23}{2}(7 + 84)$ $\left[\because S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)\right]$

$= \frac{23}{2} \times 91 = \frac{2093}{2} = 1046\frac{1}{2}$

अत: $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + ... + 84 = 1046\frac{1}{2}$ उत्तर

● **(ii)** हमें ज्ञात करना है :

$$34 + 32 + 30 + ... + 10$$

स्पष्ट है यह एक A.P. को निरूपित करता है।

पहला पद $a = 34$

तथा सार्वअन्तर $d = 32 - 34 = -2$

यदि इस A.P. में पदों की संख्या n हो तो

nवाँ पद $a_n = 10$ (दिया है)

या $a + (n-1)d = 10$

या $34 + (n-1) \times -2 = 10$

या $(n-1) \times -2 = 10 - 34 = -24$

या $(n-1) = \frac{-24}{-2} = 12$

⇒ $n = 13$

∴ इस A.P. में कुल 13 पद हैं।

तब, $34 + 32 + 30 + ... + 10 = S_{13}$

∴ 13 पदों का योग $S_{13} = \frac{13}{2}[34 + 10]$ $\left[\because S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)\right]$

$= \frac{13}{2} \times 44 = 13 \times 22$

$= 286$

अत: $34 + 32 + 30 + ... + 10 = 286$ उत्तर

● **(iii)** हमें ज्ञात करना है :

$$-5 + (-8) + (-11) + ... + (-230)$$

स्पष्ट है यह एक A.P. को निरूपित करता है।

पहला पद $a = -5$

तथा सार्वअन्तर $d = (-8) - (-5) = -8 + 5 = -3$

यदि इस A.P. में पदों की संख्या n हो तो

nवाँ पद $a_n = -230$ (दिया है)

⇒ $a + (n-1)d = -230$

⇒ $-5 + (n-1) \times -3 = -230$

⇒ $5 + (n-1)3 = 230$

⇒ $(n-1)3 = 230 - 5 = 225$

⇒ $(n-1) = \frac{225}{3} = 75$

⇒ $n = 75 + 1 = 76$

∴ इस A.P. में कुल 76 पद हैं।

तब, $S_{76} = -5 + (-8) + (-11) + ... + (-230)$

∴ 76 पदों तक योगफल $S_{76} = \frac{76}{2}[-5 + (-230)]$

$= \frac{76}{2}(-5 - 230)$ $\left[\because S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)\right]$

$= 38 \times -235 = -8930$

अत: $-5 + (-8) + (-11) + ... + (-230)$

$= -8930$ उत्तर

प्रश्न 3. एक A.P. में, **[NCERT EXERCISE]**

(i) $a = 5$, $d = 3$ **और** $a_n = 50$ **दिया है।** n **और** S_n **ज्ञात कीजिए।**

(ii) $a = 7$ **और** $a_{13} = 35$ **दिया है।** d **और** S_{13} **ज्ञात कीजिए।**

(iii) $a_{12} = 37$ **और** $d = 3$ **दिया है।** a **और** S_{12} **ज्ञात कीजिए।**

(iv) $a_3 = 15$ **और** $S_{10} = 125$ **दिया है।** d **और** a_{10} **ज्ञात कीजिए।**

(v) $d = 5$ **और** $S_9 = 75$ **दिया है।** a **और** a_9 **ज्ञात कीजिए।**

(vi) $a = 2$, $d = 8$ **और** $S_n = 90$ **दिया है।** n **और** a_n **ज्ञात कीजिए।**

(vii) $a = 8$, $a_n = 62$ और $S_n = 210$ दिया है। n और d ज्ञात कीजिए।

(viii) $a_n = 4$, $d = 2$ और $S_n = -14$ दिया है। n और a ज्ञात कीजिए।

(ix) $a = 3$, $n = 8$ और $S = 192$ दिया है। d ज्ञात कीजिए।

(x) $l = 28$, $S = 144$ और कुल 9 पद हैं। a ज्ञात कीजिए।

हल : (i) दिया है, $a = 5$, $d = 3$ और $a_n = 50$

$\because$ अनुक्रम A.P. है और $a_n = 50$

$\therefore \quad a + (n-1)d = 50$

$\Rightarrow \quad 5 + (n-1)3 = 50$

$\Rightarrow \quad 5 + 3n - 3 = 50$

$\Rightarrow \quad 3n = 50 + 3 - 5$

$\Rightarrow \quad 3n = 48$

$\Rightarrow \quad n = \frac{48}{3} = 16$ उत्तर

$\because \quad S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$\therefore \quad S_{16} = \frac{16}{2}(5 + 50)$

$= 8 \times 55 = 440$

अतः $\quad$ **$n = 16$** $\quad$ तथा $\quad$ **$S_n = 440$** $\quad$ उत्तर

● **(ii) दिया है, $a = 7$ और $a_{13} = 35$**

$\because \quad a_{13} = 35$

$\Rightarrow \quad 7 + (13-1)d = 35 \quad [\because a_n = a + (n-1)d]$

या $\quad 12d = 35 - 7 = 28$

$d = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$ उत्तर

तब, $\quad S_{13} = \frac{13}{2}(a + a_{13})$

$= \frac{13}{2}(7 + 35) \quad \left[\because S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)\right]$

$= \frac{13}{2} \times 42$

$= 13 \times 21 = 273$

अतः $\quad$ **$d = \frac{7}{3}$**

तथा $\quad$ **$S_{13} = 273$** $\quad$ उत्तर

● **(iii) दिया है, $a_{12} = 37$ और $d = 3$**

$\because \quad a_{12} = 37$

$\Rightarrow \quad a + (12-1)d = 37 \quad [\because a_n = a + (n-1)d]$

$\Rightarrow \quad a + 11d = 37$

$\Rightarrow \quad a + 11 \times 3 = 37$

$\Rightarrow \quad a + 33 = 37$

$\Rightarrow \quad a = 4$

तब, $\quad S_{12} = \frac{12}{2}(a + a_{12})$

$= \frac{12}{2}(4 + 37) \quad \left[\because S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)\right]$

$= 6 \times 41 = 246$

अतः **$a = 4$** तथा **$S_{12} = 246$** $\quad$ उत्तर

● **(iv) दिया है, $a_3 = 15$ और $S_{10} = 125$**

$\because \quad a_3 = 15$

या $\quad a + (3-1)d = 15 \quad [\because a_n = a + (n-1)d]$

$a + 2d = 15 \quad ...(1)$

और $\quad S_{10} = 125$

या $\quad \frac{10}{2}[2a + (10-1)d] = 125$

$\left[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}\right]$

या $\quad 2a + 9d = \frac{125 \times 2}{10} = 25$

या $\quad 2a + 9d = 25 \quad ...(2)$

समीकरण (1) को 2 से गुणा करके समीकरण (2) में से घटाने पर,

$(2a + 9d) - (2a + 4d) = 25 - 30$

$\Rightarrow \quad 5d = -5$

$\Rightarrow \quad d = -1$

समीकरण (1) में $d = -1$ रखने पर,

$a + 2(-1) = 15$

या $\quad a = 15 + 2 = 17$

तब, $\quad a_{10} = a + (10-1)d$

$= 17 + (9 \times -1)$

$= 17 - 9 = 8$

$\Rightarrow \quad a_{10} = 8$

अतः $\quad$ **$d = -1$**

और $\quad$ **$a_{10} = 8$** $\quad$ उत्तर

● **(v) दिया है, $d = 5$ और $S_9 = 75$**

$\because \quad S_9 = \frac{9}{2}[2a + (9-1)d]$

$\left[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}\right]$

$= \frac{9}{2}[2a + 8d]$

$= 9a + 36d = 9(a + 4d)$

परन्तु $S_9 = 75$ दिया है

$\therefore \quad 9(a + 4d) = 75$

या $\quad a + 4d = \frac{75}{9}$

या $\quad a + 4 \times 5 = \frac{25}{3} \qquad [(\because d = 5)]$

या $\quad a = \frac{25}{3} - 20$

$= \frac{25 - 60}{3}$

$\therefore \quad a = -\frac{35}{3}$ **उत्तर**

$\because \quad a_9 = a + (9 - 1)d$

$[\because a_n = a + (n - 1)d]$

$\therefore \quad a_9 = -\frac{35}{3} + 8 \times 5$

$= -\frac{35}{3} + 40$

$= \frac{-35 + 120}{3} = \frac{85}{3}$

अत: $\boldsymbol{a = -\frac{35}{3}}$ तथा $\boldsymbol{a_9 = \frac{85}{3}}$ **उत्तर**

● **(vi) दिया है, $a = 2$, $d = 8$ और $S_n = 90$**

$\because \quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$\therefore \quad 90 = \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n - 1)8]$

[दिया है, $S_n = 90$]

या $\quad 90 = \frac{n}{2} \times 4[1 + (n - 1)2]$

$= 2n[1 + 2n - 2]$

या $\quad 90 = 2n(2n - 1)$

या $\quad 90 = 4n^2 - 2n$

या $\quad 4n^2 - 2n - 90 = 0$

या $\quad 2n^2 - n - 45 = 0$

या $\quad 2n^2 - (10 - 9)n - 45 = 0$

[मध्य पद के विभक्तिकरण से]

या $\quad 2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$

या $\quad 2n(n - 5) + 9(n - 5) = 0$

या $\quad (2n + 9)(n - 5) = 0$

$\Rightarrow \quad 2n + 9 = 0$

या $\quad n - 5 = 0$

$\Rightarrow \quad n = 5$ या $-\frac{9}{2}$

$\because$ n का मान सदैव धन पूर्णांक होता है।

$\therefore$ $n = 5$ तब $a_n = a_5$

$[\because a_n = a + (n - 1)d]$

$= a + (5 - 1)d$

$= 2 + 4 \times 8 = 2 + 32 = 34$

अत: $\boldsymbol{n = 5}$ तथा $\boldsymbol{a_n = 34}$ **उत्तर**

● **(vii) दिया है, $a = 8$, $a_n = 62$ और $S_n = 210$**

$\because \quad S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$\Rightarrow \quad \frac{n}{2}(8 + 62) = 210$

$\Rightarrow \quad \frac{n}{2} \times 70 = 210$

$\Rightarrow \quad n = \frac{210 \times 2}{70} = 6$

$\because \quad a_n = 62$

$\Rightarrow \quad a + (n - 1)d = 62$

$\Rightarrow \quad 8 + (6 - 1)d = 62$

$\Rightarrow \quad 8 + 5d = 62$

$\Rightarrow \quad 5d = 62 - 8 = 54$

$\Rightarrow \quad d = \frac{54}{5}$

अत: $\boldsymbol{n = 6}$ तथा $\boldsymbol{d = \frac{54}{5}}$ **उत्तर**

● **(viii) दिया है, $a_n = 4$, $d = 2$ और $S_n = -14$**

$\because \quad a_n = 4$

$\Rightarrow \quad a + (n - 1)d = 4$

$\Rightarrow \quad a + (n - 1)2 = 4$

$\Rightarrow \quad a + 2n - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad a + 2n = 6 \qquad ...(1)$

$\because \quad S_n = -14$

$\Rightarrow \quad \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = -14$

$\Rightarrow \quad \frac{n}{2}[2a + (n - 1) \times 2] = -14$

$\Rightarrow \quad n[a + n - 1] = -14 \qquad ...(2)$

समीकरण (1) से,

$a = 6 - 2n$

तब, समीकरण (2) में a के स्थान पर $(6 - 2n)$ रखने पर,

$n[6 - 2n + n - 1] = -14$

$\therefore \quad n[5 - n] = -14$

या $\quad 5n - n^2 = -14$

या $\quad n^2 - 5n - 14 = 0$

या $\quad n^2 - 7n + 2n - 14 = 0$

[मध्य पद के विभक्तिकरण से]

या $\quad n(n - 7) + 2(n - 7) = 0$

या $\quad (n - 7)(n + 2) = 0$

$\Rightarrow \quad n - 7 = 0$

या $\quad n + 2 = 0$

$\Rightarrow \quad n = 7$ या -2

$\because$ n एक धन पूर्णांक होना चाहिए। इसलिए $n = 7$

तब, $a = 6 - 2n = 6 - (2 \times 7)$
$= 6 - 14 = -8$
[समीकरण (1) से]

अत: $\boldsymbol{a = -8}$ तथा $\boldsymbol{n = 7}$ **उत्तर**

- **(ix) दिया है, $a = 3$, $n = 8$ और $S = 192$**

$\because \quad S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

परन्तु $\quad S = 192$

$\therefore \quad \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 192$

या $\quad \frac{8}{2}[(2 \times 3) + (8-1)d] = 192$

या $\quad 4[6 + 7d] = 192$

या $\quad 24 + 28d = 192$

या $\quad 28d = 192 - 24 = 168$

$\therefore \quad d = \frac{168}{28} = 6$

अत: $\boldsymbol{d = 6}$ **उत्तर**

- **(x) दिया है, अन्तिम पद $l = 28$, $S = 144$ और कुल पद $n = 9$**

$\because \quad S = \frac{n}{2}[a + l]$

$\Rightarrow \quad 144 = \frac{9}{2}[a + 28]$

$\Rightarrow \quad 288 = 9[a + 28]$

$\Rightarrow \quad 288 = 9a + 252$

$\Rightarrow \quad 9a = 288 - 252$

$\Rightarrow \quad 9a = 36$

$\Rightarrow \quad a = 4$

अत: $\boldsymbol{a = 4}$ **उत्तर**

प्रश्न 4. 636 योग प्राप्त करने के लिए, A.P. : 9, 17, 25, ... के कितने पद लेने चाहिए? [2019, NCERT EXERCISE]

हल : दी गई A.P. : 9, 17, 25, ...

यहाँ, प्रथम पद $a = 9$ तथा सार्वअन्तर $d = 17 - 9 = 8$

माना इस A.P. में पदों की संख्या n है।

तब, $\quad S_n = 636$

$\therefore \quad \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 636$

या $\quad \frac{n}{2}[2 \times 9 + (n-1)8] = 636$

या $\quad \frac{n}{2}[18 + 8n - 8] = 636$

या $\quad \frac{n}{2}[8n + 10] = 636$

या $\quad n(4n + 5) = 636$

$\Rightarrow \quad 4n^2 + 5n - 636 = 0$

$\Rightarrow \quad 4n^2 + 53n - 48n - 636 = 0$
[मध्य पद के विभक्तिकरण से]

$\Rightarrow \quad n(4n + 53) - 12(4n + 53) = 0$

$\Rightarrow \quad (4n + 53)(n - 12) = 0$

$\Rightarrow \quad n - 12 = 0$ या $4n + 53 = 0$

$\Rightarrow \quad n = 12$ या $-\frac{53}{4}$

परन्तु n एक धन पूर्णांक होना चाहिए

$\therefore \quad n = 12$

अत: **12 पद लेने चाहिए।** **उत्तर**

प्रश्न 5. किसी A.P. का प्रथम पद 5, अन्तिम पद 45 और योग 400 है। पदों की संख्या और सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, प्रथम पद $a = 5$,

अन्तिम पद $l = 45$ योग $S = 400$

माना A.P. में पदों की संख्या n है।

$\because \quad S = \frac{n}{2}(a + l)$

$\therefore \quad 400 = \frac{n}{2}[5 + 45]$

या $\quad 400 = \frac{n}{2} \times 50$

$\Rightarrow \quad 25n = 400$

$\Rightarrow \quad n = \frac{400}{25} = 16$

$\because$ अन्तिम पद $l = 45$ परन्तु 16 वाँ पद भी अन्तिम पद है।

$\therefore \quad a_{16} = 45$

या $\quad a + (16 - 1)d = 45$
$[\because a_n = a + (n-1)d]$

या $\quad 5 + 15d = 45$

या $\quad 15d = 45 - 5 = 40$

$\Rightarrow \quad d = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$

अत: **पदों की संख्या $n = 16$** तथा **सार्वअन्तर $= \frac{8}{3}$** **उत्तर**

प्रश्न 6. किसी A.P. के प्रथम और अन्तिम पद क्रमशः 17 और 350 हैं। यदि सार्वअन्तर 9 है तो इसमें कितने पद हैं और इनका योग क्या है? [NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, प्रथम पद $a = 17$

अन्तिम पद $l = 350$, सार्वअन्तर $d = 9$

माना दी गई A.P. में n पद हैं।

तब, अन्तिम पद $l = n$ वाँ पद a_n

$\therefore \quad l = a + (n-1)d$

या $\quad 350 = 17 + (n-1)9$

या $\quad 350 - 17 = 9n - 9$

या $\quad 350 - 17 + 9 = 9n$

या $\quad 9n = 342$

या $\quad n = \frac{342}{9} = 38$

तब, 38 पदों का योग

$$S = \frac{n}{2}(a + l)$$
$$= \frac{38}{2}(17 + 350)$$
$$= 19 \times 367 = 6973$$

अत: **पदों की संख्या = 38**

तथा **इन पदों का योग = 6973** **उत्तर**

प्रश्न 7. उस A.P. के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसमें $d = 7$ है और 22 वाँ पद 149 है।

[NCERT EXERCISE]

हल : दिया है, $d = 7$

तथा $\quad n = 22$

$\because \quad$ 22 वाँ पद $a_{22} = 149$

या $\quad a_{22} = a + (22 - 1)d = 149$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

या $\quad a + 21 \times 7 = 149$

या $\quad a + 147 = 149$

या $\quad a = 2$

तब, प्रथम 22 पदों का योग

$$S_{22} = \frac{n}{2}(a + a_{22})$$
$$= \frac{22}{2}(2 + 149)$$
$$= 11 \times 151 = 1661$$

अत: **दी गई A.P. के प्रथम 22 पदों का योग = 1661**

उत्तर

प्रश्न 8. उस A.P. के प्रथम 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसके दूसरे और तीसरे पद क्रमश: 14 और 18 हैं।

[बोर्ड प्रतिदर्श 2019, NCERT EXERCISE]

हल : $\because$ दिया है, A.P. का दूसरा पद $a_2 = 14$

तथा तीसरा पद $a_3 = 18$

माना A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

तब, सार्वअन्तर $d = a_3 - a_2$

$= 18 - 14 = 4$

अब पुन: $\because$ दूसरा पद $a_2 = 14$

$[\because a_n = a + (n-1)d]$

$\therefore \quad a + d = 14$

या $\quad a + 4 = 14 \quad [\because d = 4]$

$\Rightarrow \quad a = 14 - 4$

$\Rightarrow \quad a = 10$

$\because \quad a = 10, \quad d = 4$

तब, 51 पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$
$$S_{51} = \frac{51}{2}[2 \times 10 + (51 - 1)4]$$

$[\because n = 51]$

$$= \frac{51}{2}[20 + (50 \times 4)]$$
$$= \frac{51}{2}[20 + 200]$$
$$= \frac{51}{2} \times 220$$
$$= 51 \times 110 = 5610$$

अत: **दी गई A.P. के प्रथम 51 पदों का योग = 5610**

उत्तर

प्रश्न 9. यदि किसी A.P. के प्रथम 7 पदों का योग 49 है और प्रथम 17 पदों का योग 289 है तो इसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

दिया है, प्रथम 7 पदों का योग $S_7 = 49$

या $\quad \frac{7}{2}[2a + (7-1)d] = 49$

$$\left[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}\right]$$

या $\quad \frac{7}{2}[2a + 6d] = 49$

या $\quad 7(a + 3d) = 49$

या $\quad a + 3d = 7 \quad$ ...(1)

इसी प्रकार, प्रथम 17 पदों का योग

$$S_{17} = 289$$

या $\quad \frac{17}{2}[2a + (17-1)d] = 289$

या $\quad \frac{17}{2}[2a + 16d] = 289$

या $\quad \frac{17}{2} \times 2[a + 8d] = 289$

या $\quad a + 8d = 17 \quad$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$(a + 8d) - (a + 3d) = 17 - 7$

या $\quad 5d = 10 \quad \Rightarrow \quad d = 2$

समीकरण (1) में $d = 2$ रखने पर,

$a + 3 \times 2 = 7$ या $a + 6 = 7$

या $\quad a = 1$

$\because \quad a = 1$ तथा $d = 2$

तब, प्रथम n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$= \frac{n}{2}[2 + (n-1)\,2]$

[$a = 1, d = 2$ रखने पर]

$= \frac{n}{2}[2 + 2n - 2] = \frac{n}{2}.(2n) = n^2$

अत: **प्रथम n पदों का योग $= n^2$** **उत्तर**

प्रश्न 10. दर्शाइए कि $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ से एक A.P. बनती है, यदि a_n नीचे दिए अनुसार परिभाषित है :

(i) $a_n = 3 + 4n$ (ii) $a_n = 9 - 5n$

साथ ही प्रत्येक स्थिति में, प्रथम 15 पदों का योग ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : (i) दिया है, किसी अनुक्रम का n वाँ पद

$a_n = 3 + 4n$

$n = 1$ रखने पर,

पहला पद $(a) = 3 + 4(1) = 3 + 4 = 7$

$n = 2$ रखने पर,

दूसरा पद $= 3 + 4(2) = 3 + 8 = 11$

$n = 3$ रखने पर,

तीसरा पद $= 3 + 4(3) = 3 + 12 = 15$

अत: अभीष्ट अनुक्रम $= 7, 11, 15, \ldots, (3 + 4n)$

सार्वअन्तर d = दूसरा पद − पहला पद

$= 11 - 7 = 4$

अथवा तीसरा पद − दूसरा पद $= 15 - 11 = 4$

$\because$ सार्वअन्तर स्थिर है अत: अनुक्रम एक A.P. है।

तब, A.P. के प्रथम 15 पदों का योगफल

$S_{15} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

[जहाँ $n = 15$]

$= \frac{15}{2}[2 \times 7 + (15 - 1) \times 4]$

[$\because a = 7, d = 4$]

$= \frac{15}{2}[14 + 56] = \frac{15}{2} \times 70$

$= 15 \times 35 = 525$

अत: **अनुक्रम 7, 11, 15, ... , $(3 + 4n)$ A.P. है तथा योगफल = 525** **उत्तर**

● **(ii)** दिया है, किसी अनुक्रम का n वाँ पद

$a_n = 9 - 5n$

$n = 1$ रखने पर,

पहला पद $(a) = 9 - 5.(1) = 9 - 5 = 4$

$n = 2$ रखने पर,

दूसरा पद $= 9 - 5.(2) = 9 - 10 = -1$

$n = 3$ रखने पर,

तीसरा पद $= 9 - 5.(3) = 9 - 15 = -6$

अत: अनुक्रम $4, -1, -6, \ldots, (9 - 5n)$ है।

पदों का सार्वअन्तर $(d) = -1 - (4) = -5$

अथवा $-6 - (-1) = -5$

$\because$ सार्वअन्तर स्थिर है अत: अनुक्रम एक A.P. है।

तब, A.P. के प्रथम 15 पदों का योगफल

$S_{15} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

[जहाँ $n = 15$]

$= \frac{15}{2}[2 \times (4) + (15 - 1) \times -5]$

[$\because a = 4$ तथा $d = -5$]

$= \frac{15}{2}[8 + (14 \times -5)]$

$= \frac{15}{2} \times [8 - 70]$

$= \frac{15}{2} \times -62 = 15 \times -31$

$= -465$

अत: **अनुक्रम 4, − 1, − 6, ... , $(9 - 5n)$ A.P. है तथा योगफल = − 465** **उत्तर**

प्रश्न 11. यदि किसी A.P. के प्रथम n पदों का योग $4n - n^2$ है तो इसका प्रथम पद (अर्थात् S_1) क्या है? प्रथम दो पदों का योग क्या है? दूसरा पद क्या है? इसी प्रकार, तीसरे, 10 वें और n वें पद ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : $\because$ दिया है, A.P. के प्रथम n पदों का योगफल

$S_n = 4n - n^2$

$n = 1$ के लिए, प्रथम 1 पद का योगफल

$S_1 = (4 \times 1) - (1)^2 = 4 - 1 = 3$

$\therefore$ प्रथम पद $a_1 = 3$

$n = 2$ के लिए,

$S_2 = (4 \times 2) - (2)^2 = 8 - 4 = 4$

$\therefore$ प्रथम दो पदों का योगफल

$S_2 = 4$

$\because$ प्रथम पद $a_1 = 3$

$\therefore$ दूसरा पद $a_2 = S_2 - S_1 = 4 - 3 = 1$

$n = 3$ रखने पर,

$S_3 = 4n - n^2$

$= (4 \times 3) - (3)^2 = 12 - 9 = 3$

$\therefore$ तीसरा पद $a_3 = S_3 - S_2 = 3 - 4 = -1$

$n = 9$ रखने पर,

$S_9 = 4n - n^2$

$= 4 \times 9 - 9^2$

$= 36 - 81 = -45$

$n = 10$ रखने पर,

$S_{10} = 4n - n^2$

$= 4 \times 10 - 10^2$

$= 40 - 100 = -60$

$\therefore$ 10वाँ पद $a_{10} = S_{10} - S_9$

$= -60 - (-45)$

$= -60 + 45 = -15$

$\because \quad S_n = 4n - n^2$

और $\quad S_{n-1} = 4(n-1) - (n-1)^2$

[n के स्थान पर $(n-1)$ रखने पर]

$= (n-1)[4-(n-1)]$

$= (n-1)[4-n+1]$

$= (n-1)(5-n)$

$= 5n - n^2 - 5 + n$

$= 6n - n^2 - 5$

$\therefore$ nवाँ पद

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (4n - n^2) - (6n - n^2 - 5)$

$= 4n - n^2 - 6n + n^2 + 5$

$= 5 - 2n$

अत: **$S_1 = 3$, प्रथम दो पदों का योग $S_2 = 4$, दूसरा पद $a_2 = 1$,**

तीसरा पद $a_3 = -1$, 10 वाँ पद $a_{10} = -15$ तथा **n वाँ पद $a_n = 5 - 2n$** **उत्तर**

प्रश्न 12. ऐसे प्रथम 40 धन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 6 से विभाज्य है। **[NCERT EXERCISE]**

हल : 6 से विभाज्य धन पूर्णांकों की सूची :

6, 12, 18, 24, 30, ... , 40 पदों तक

पहला पद $a = 6$,

सार्वअन्तर $d = 12 - 6 = 6$,

पदों की संख्या $n = 40$

$\because$ प्रथम n पदों का योगफल

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$\therefore$ प्रथम 40 पदों का योगफल

$$S_{40} = \frac{40}{2}[(2 \times 6) + (40-1)6]$$

$= 20[12 + 39 \times 6]$

$= 20[12 + 234]$

$= 20 \times 246 = 4920$

अत: **6 से विभाज्य प्रथम 40 धन पूर्णांकों का योग = 4920** **उत्तर**

प्रश्न 13. 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : 8 के प्रथम 15 गुणजों की सूची :

8, 16, 24, 32, ... , 15 पदों तक

पहला पद $a = 8$,

सार्वअन्तर $d = 16 - 8 = 8$,

पदों की संख्या $n = 15$

$\because$ प्रथम n पदों का योगफल

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$\therefore$ प्रथम 15 पदों का योगफल

$$S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 8 + (15-1)8]$$

$= \frac{15}{2}[16 + 14 \times 8]$

$= 15(8 + 14 \times 4)$

$= 15(8 + 56)$

$= 15 \times 64 = 960$

अत: **8 के प्रथम 15 गुणजों का योगफल = 960** **उत्तर**

प्रश्न 14. 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं की सूची :

1, 3, 5, 7, ..., 49

यहाँ प्रथम पद $a = 1$,

सार्वअन्तर $d = 3 - 1 = 2$,

अन्तिम पद $a_n = 49$

$\because \quad a_n = 49$

$\therefore$ n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d = 49$

$\Rightarrow \quad 1 + (n-1)2 = 49$

$\Rightarrow \quad (n-1)2 = 48$

$\Rightarrow \quad (n-1) = 24$

$\Rightarrow \quad n = 25$

$\therefore$ A.P. : 1, 3, 5, 7, ... का 25 पदों तक योगफल

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ से}$$

$= \frac{25}{2}[(2 \times 1) + (25-1) \times 2]$

$= \frac{25}{2}[2 + (24 \times 2)]$

$= \frac{25}{2}[2 + 48] = \frac{25}{2} \times 50$

$= 25 \times 25 = 625$

अत: **शून्य और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योगफल = 625** **उत्तर**

प्रश्न 15. निर्माण कार्य से सम्बन्धित किसी ठेके में, एक निश्चित तिथि के बाद कार्य को विलम्ब से पूरा करने के लिए, जुर्माना लगाने का प्रावधान इस प्रकार है : पहले दिन के लिए ₹ 200, दूसरे दिन के लिए ₹ 250, तीसरे दिन के लिए ₹ 300 इत्यादि अर्थात् प्रत्येक उत्तरोत्तर दिन का जुर्माना अपने से ठीक पहले दिन के जुर्माने से ₹ 50 अधिक है। एक ठेकेदार को जुर्माने के रूप में कितनी राशि अदा करनी पड़ेगी, यदि वह इस कार्य में 30 दिन का विलम्ब कर देता है?

[NCERT EXERCISE]

हल : ∵ पहले दिन के विलम्ब के लिए अर्थदण्ड = ₹ 200
दूसरे दिन के विलम्ब के लिए अर्थदण्ड = ₹ 250
तीसरे दिन के विलम्ब के लिए अर्थदण्ड = ₹ 300
....
....
इस प्रकार अर्थदण्डों की सूची :
200, 250, 300, 350, ..., 30 दिनों तक
स्पष्ट है कि यह एक A.P. है।
जिसका प्रथम पद $a = 200$,
सार्वअन्तर $d = 250 - 200 = 50$,
पदों की संख्या $n = 30$ दिन
30 दिन के विलम्ब के बाद अर्थदण्ड का योगफल

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

या $$S_{30} = \frac{30}{2}[(2 \times 200) + (30-1) \times 50]$$
$$= 15[400 + 29 \times 50]$$
$$= 15[400 + 1450]$$
$$= 15 \times 1850 = 27750$$

अत: **ठेकेदार को जुर्माने के रूप में ₹ 27750 देने होंगे।** **उत्तर**

प्रश्न 16. किसी स्कूल के विद्यार्थियों को उनके समग्र शैक्षिक प्रदर्शन के लिए 7 नकद पुरस्कार देने के लिए ₹ 700 की राशि रखी गई है। यदि प्रत्येक पुरस्कार अपने से ठीक पहले पुरस्कार से ₹ 20 कम है तो प्रत्येक पुरस्कार का मान ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना पहला पुरस्कार ₹ a है।
∴ दूसरा पुरस्कार $a_2 = ₹ (a - 20)$
तीसरा पुरस्कार $a_3 = a - 20 - 20 = ₹ (a - 40)$
चौथा पुरस्कार $a_4 = a - 40 - 20 = ₹ (a - 60)$
पाँचवाँ पुरस्कार $a_5 = a - 60 - 20 = ₹ (a - 80)$
छठा पुरस्कार $a_6 = a - 80 - 20 = ₹ (a - 100)$
सातवाँ पुरस्कार $a_7 = a - 100 - 20 = ₹(a - 120)$
∴ कुल पुरस्कारों की धनराशि

$$= a + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$
$$= a + (a-20) + (a-40) + (a-60) + (a-80) + (a-100) + (a-120)$$
$$= 7a - 420$$

प्रश्नानुसार, यह धनराशि ₹ 700 है।
∴ $7a - 420 = 700$
या $7a = 700 + 420$
या $7a = 1120$
या $a = \frac{1120}{7} = 160$
∴ पहला पुरस्कार = ₹ 160
∵ शेष पुरस्कार क्रम से ₹ 20-20 कम है।
अत: **पुरस्कार ₹ 160, ₹ 140, ₹ 120, ₹ 100, ₹ 80, ₹ 60, ₹ 40 हैं।** **उत्तर**

प्रश्न 17. एक स्कूल के विद्यार्थियों ने वायु प्रदूषण कम करने के लिए स्कूल के अन्दर और बाहर पेड़ लगाने के बारे में सोचा। यह निर्णय लिया गया कि प्रत्येक कक्षा का प्रत्येक अनुभाग अपनी कक्षा की संख्या के बराबर पेड़ लगाएगा। उदाहरणार्थ, कक्षा I का एक अनुभाग 1 पेड़ लगाएगा, कक्षा II का एक अनुभाग 2 पेड़ लगाएगा, कक्षा III का एक अनुभाग 3 पेड़ लगाएगा इत्यादि और ऐसा कक्षा XII तक के लिए चलता रहेगा। प्रत्येक कक्षा के तीन अनुभाग हैं। इस स्कूल के विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए कुल पेड़ों की संख्या कितनी होगी? **[NCERT EXERCISE]**

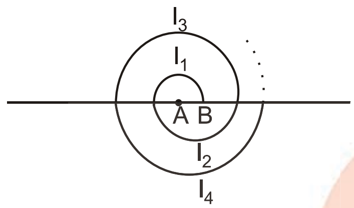
हल : ∵ प्रत्येक कक्षा में तीन अनुभाग हैं।
कक्षा I द्वारा लगाए गए कुल पेड़
= अनुभागों की संख्या × पेड़ों की संख्या
$= 3 \times 1 = 3$
कक्षा II द्वारा लगाए गए कुल पेड़
= अनुभागों की संख्या × पेड़ों की संख्या
$= 3 \times 2 = 6$
कक्षा III द्वारा लगाए गए कुल पेड़
= अनुभागों की संख्या × पेड़ों की संख्या
$= 3 \times 3 = 9$
कक्षा IV द्वारा लगाए गए कुल पेड़
= अनुभागों की संख्या × पेड़ों की संख्या
$= 3 \times 4 = 12$
....
....
तब, अनुक्रम A.P. : 3, 6, 9, 12, ... बनता है,
जिसका प्रथम पद $a = 3$
तथा सार्वअन्तर $d = 6 - 3 = 3$
तब, कक्षा XII तक के कुल विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पेड़ों का योगफल

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ से,}$$
$$S_{12} = \frac{12}{2}[(2 \times 3) + (12-1) \times 3]$$
$$= 6(6 + 11 \times 3)$$
$$= 6[6 + 33] = 6 \times 39 = 234$$

अत: **स्कूल के विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए कुल पेड़ों की संख्या = 234** **उत्तर**

प्रश्न 18. केन्द्र A से प्रारम्भ करते हुए, बारी-बारी से केन्द्रों A और B को लेते हुए, त्रिज्याओं 0.5 सेमी, 1.0 सेमी, 1.5 सेमी, 2.0 सेमी, ... वाले उत्तरोत्तर अर्द्धवृत्तों को खींचकर एक सर्पिल (Spiral) बनाया गया है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। तेरह क्रमागत अर्द्धवृत्तों से बने इस सर्पिल की कुल लम्बाई क्या है? $\left(\pi = \frac{22}{7}\text{ लीजिए।}\right)$

[NCERT EXERCISE, HOTS]



हल : पहले अर्द्धवृत्त की त्रिज्या $r_1 = 0.5$ सेमी

दूसरे अर्द्धवृत्त की त्रिज्या $r_2 = 1.0$ सेमी

तीसरे अर्द्धवृत्त की त्रिज्या $r_3 = 1.5$ सेमी

चौथे अर्द्धवृत्त की त्रिज्या $r_4 = 2.0$ सेमी

....

....

13 वें अर्द्धवृत्त की त्रिज्या $r_{13} = ?$

यह अनुक्रम 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, ... एक A.P. बनाता है।

जिसका प्रथम पद $r_1 = a = 0.5$ सेमी,

सार्वअन्तर $d = 1.0 - 0.5 = 0.5$ सेमी

तथा पदों की संख्या $n = 13$

$$\therefore \quad r_{13} = a_{13} = a + (n-1)\,d$$
$$= 0.5 + (13-1) \times 0.5$$
$$= 0.5 + 12 \times 0.5$$
$$= 0.5 + 6.0 = 6.5$$

इन अर्द्धवृत्तों की वृत्तीय परिधियाँ :

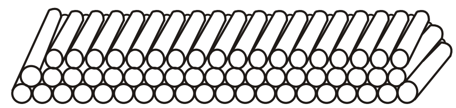
$$\pi r_1, \quad \pi r_2, \quad \pi r_3, \ldots\ldots\ldots, \pi r_{13}$$

$\therefore$ 13 क्रमागत अर्द्धवृत्तों से बने सर्पिल की लम्बाई

$$= \pi r_1 + \pi r_2 + \pi r_3 + \pi r_4 + \ldots\ldots + \pi r_{13}$$
$$= \pi\,[r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \ldots\ldots\ldots + r_{13}]$$
$$= \pi\,[0.5 + 1.0 + 1.5 + 2.0 + \ldots\ldots + 6.5] \qquad [\because n = 13]$$
$$= \pi\left[\frac{13}{2}(0.5 + 6.5)\right] \qquad \left[\text{सूत्र, } S_n = \frac{n}{2}(a+l) \text{ से}\right]$$
$$= \pi\left[\frac{13}{2} \times 7.0\right]$$
$$= \frac{22}{7} \times \frac{13}{2} \times 7 \qquad \left[\because \pi = \frac{22}{7}\right]$$
$$= 143$$

अतः **सर्पिल की लम्बाई = 143 सेमी।** उत्तर

प्रश्न 19. 200 लट्ठों (logs) को ढेरी के रूप में इस प्रकार रखा जाता है : सबसे नीचे वाली पंक्ति में 20 लट्ठे, उससे अगली पंक्ति में 19 लट्ठे, उससे अगली पंक्ति में 18 लट्ठे, इत्यादि जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। ये 200 लट्ठे कितनी पंक्तियों में रखे हुए हैं तथा सबसे ऊपरी पंक्ति में कितने लट्ठे हैं? **[NCERT EXERCISE, HOTS]**



हल : दिया है, सबसे निचली पंक्ति में 20 लट्ठे हैं

अर्थात् नीचे से प्रारम्भ कर प्रथम पंक्ति में = 20 लट्ठे

दूसरी पंक्ति में = (20 − 1) = 19 लट्ठे

तीसरी पंक्ति में = (20 − 2) = 18 लट्ठे

चौथी पंक्ति में = (20 − 3) = 17 लट्ठे .... इत्यादि

तब, एक A.P. बनती है : 20, 19, 18, 17, ...

जिसका प्रथम पद $a = 20$

तथा सार्वअन्तर $d = 19 - 20 = -1$

माना पंक्तियों की संख्या n है।

तब, $S_n = 200$ (दिया है)

$\because \quad S_n = 200$

$$\therefore \quad \frac{n}{2}[2a + (n-1)\,d] = 200$$

या $\frac{n}{2}[2 \times 20 + (n-1) \times -1] = 200$

या $\frac{n}{2}[40 - n + 1] = 200$

या $\frac{n}{2}[41 - n] = 200$

या $\frac{41n}{2} - \frac{n^2}{2} = 200$

या $41n - n^2 = 400$

या $n^2 - 41n + 400 = 0$

या $n^2 - 16n - 25n + 400 = 0$

(मध्य-पद के विभक्तिकरण से)

या $n(n-16) - 25(n-16) = 0$

⇒ $(n-16)(n-25) = 0$

⇒ $n - 16 = 0$

या $n - 25 = 0$

⇒ $n = 16$ या 25

जब $n = 25$, तो

$$a_n = a + (n-1)\,d$$
$$= 20 + (25-1) \times -1 = 20 - 24 = -4$$

$\therefore$ $n = 25$ स्वीकार्य नहीं है क्योंकि लट्टों की संख्या ऋणात्मक नहीं हो सकती है।

तब, $n = 16$ से,

$$a_n = a + (n-1)\,d$$
$$= 20 + (16-1) \times -1$$
$$= 20 + (15 \times -1)$$
$$= 20 - 15 = 5$$

अत: **कुल पंक्तियाँ = 16** और **सबसे ऊपर की पंक्ति में लट्टों की संख्या = 5** उत्तर

प्रश्न 20. एक आलू दौड़ (Potato Race) में, प्रारम्भिक स्थान पर एक बाल्टी रखी हुई है, जो पहले आलू से 5 मीटर की दूरी पर है तथा अन्य आलुओं को एक सीधी रेखा में परस्पर 3 मीटर की दूरियों पर रखा गया है। इस रेखा पर 10 आलू रखे गए हैं। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

प्रत्येक प्रतियोगी बाल्टी से चलना प्रारम्भ करती है, निकटतम आलू को उठाती है, उसे लेकर वापस आकर दौड़कर बाल्टी में डालती है, दूसरा आलू उठाने के लिए वापस दौड़ती है, उसे उठाकर वापस बाल्टी में डालती है, और वह ऐसा तब तक करती रहती है, जब तक सभी आलू बाल्टी में न आ जाएँ। इसमें प्रतियोगी को कुल कितनी दूरी दौड़नी पड़ेगी? **[NCERT EXERCISE, HOTS]**

हल : पहले आलू की बाल्टी से दूरी = 5 मीटर

दूसरे आलू की बाल्टी से दूरी = $(5+3) = 8$ मीटर

तीसरे आलू की बाल्टी से दूरी = $(8+3) = 11$ मीटर

चौथे आलू की बाल्टी से दूरी = $(11+3) = 14$ मीटर

इस प्रकार बाल्टी से आलुओं की दूरी A.P. में है जिसका पहला पद $a = 5$ मीटर तथा सार्वअन्तर $d = 8 - 5 = 3$ मीटर है।

एक बार बाल्टी से चलकर आलू को उठाना होता है और उसे फिर वापस बाल्टी में डालना पड़ता है।

$\therefore$ आलू बाल्टी में डालने के लिए चली दूरियाँ :

$= 2 \times 5$ मीटर, 2×8 मीटर, 2×11 मीटर, 2×14 मीटर, ...

$= 10$ मीटर, 16 मीटर, 22 मीटर, 28 मीटर, ...

इस प्रकार आलू को बाल्टी में डालने के लिए चली दूरियाँ A.P. में हैं जिसका

प्रथम पद $a = 10$,

सार्वअन्तर $d = 16 - 10 = 6$

तथा पदों की संख्या $n = 10$

n आलुओं को उठाकर बाल्टी में डालने के लिए चली दूरी

$$= \frac{n}{2}\,[2\,a + (n-1)\,d]$$

$\therefore$ 10 आलुओं की रेस में चली दूरी

$$S_{10} = \frac{10}{2}\,[2 \times 10 + (10-1) \times 6]$$
$$= 5\,[20 + (9 \times 6)]$$
$$= 5\,[20 + 54]$$
$$= 5\,[74]$$
$$= 370 \text{ मीटर}$$

अत: **प्रतियोगी द्वारा चली दूरी = 370 मीटर।** उत्तर

प्रश्नावली | 5.4

प्रश्न 1. A.P. : 121, 117, 113, ..., का कौन-सा पद सबसे पहला ऋणात्मक पद होगा? **[NCERT EXERCISE, HOTS]**

हल : दी गई A.P. : 121, 117, 113, ...

प्रथम पद $a = 121$

तथा सार्वअन्तर $d = 117 - 121 = -4$

मान लिया n वाँ पद प्रथम ऋणात्मक पद होगा

$\therefore$ $a_n < 0$

$\therefore$ $a + (n-1)\,d < 0$

$\therefore$ $121 + (n-1) \times -4 < 0$

$\therefore$ $-(n-1)\,4 < -121$

$\therefore$ $n - 1 > \dfrac{121}{4}$

[-1 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर]

$\therefore$ $n > \dfrac{121}{4} + 1$

$\therefore$ $n > \dfrac{125}{4}$

या $n > 31.25$

या $n = 32$ क्योंकि n = एक पूर्णांक है।

अत: **32 वाँ पद पहला ऋणात्मक पद होगा।** उत्तर

प्रश्न 2. किसी A.P. के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 है और उनका गुणनफल 8 है। इस A.P. के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना दी गई A.P. का पहला पद a तथा सार्वअन्तर d है।

तीसरा पद $a_3 = a + (3-1)\,d = a + 2\,d$

[$\because$ $a_n = a + (n-1)\,d$]

सातवाँ पद $a_7 = a + (7-1)\,d = a + 6\,d$

प्रश्नानुसार,

तीसरे + सातवें पद का योग = 6

या $a_3 + a_7 = 6$

या $a + 2\,d + a + 6\,d = 6$

या $2a + 8d = 6$

या $a + 4\,d = 3$ ...(1)

पुन: प्रश्नानुसार, $a_3 \times a_7 = 8$

$(a + 2\,d) \times (a + 6\,d) = 8$

$a^2 + 8\,a\,d + 12\,d^2 = 8$ ...(2)

समीकरण (1) के वर्ग में से समीकरण (2) को घटाने पर,

$(a + 4\,d)^2 - (a^2 + 8\,a\,d + 12\,d^2) = (3)^2 - 8$

या $a^2 + 8\,a\,d + 16\,d^2 - a^2 - 8\,a\,d - 12\,d^2 = 9 - 8$

या $4\,d^2 = 1 \Rightarrow d = \pm\frac{1}{2}$

समीकरण (1) में $d = \frac{1}{2}$ रखने पर,

$a + 4 \times \frac{1}{2} = 3$

$\Rightarrow a + 2 = 3$

$\Rightarrow a = 1$

पुन: समीकरण (1) में $d = -\frac{1}{2}$ रखने पर,

$a + 4 \times -\frac{1}{2} = 3$

$\Rightarrow a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5$

पहली स्थिति में, $a = 1, d = \frac{1}{2}$

प्रथम 16 पदों का योग

$$S_{16} = \frac{16}{2}[2\,a + (16 - 1)\,d] \quad \left[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)\,d\}\right]$$

$$= 8\left[2 \times 1 + \left(15 \times \frac{1}{2}\right)\right] = 8 \times \frac{19}{2}$$

$$= 4 \times 19 = 76$$

दूसरी स्थिति में, $a = 5,\ d = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ प्रथम 16 पदों का योग

$$S_{16} = \frac{16}{2}\left[(2 \times 5) + (16 - 1) \times -\frac{1}{2}\right]$$

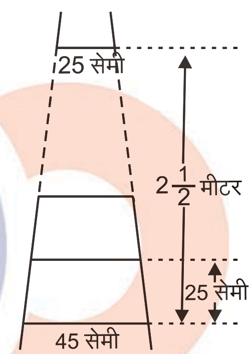
$$= 8\left[10 + 15 \times -\frac{1}{2}\right]$$

$$= 80 + 8 \times 15 \times -\frac{1}{2}$$

$$= 80 - 60 = 20$$

अत: **प्रथम 16 पदों का योग = 20** अथवा **76** **उत्तर**

प्रश्न 3. एक सीढ़ी के क्रमागत डण्डे परस्पर 25 सेमी की दूरी पर हैं (देखिए आकृति)। डण्डों की लम्बाई एकसमान रूप से घटती जाती है तथा सबसे निचले डण्डे की लम्बाई 45 सेमी है और सबसे ऊपर वाले डण्डे की लम्बाई 25 सेमी है। यदि ऊपरी और निचले डण्डे के बीच की दूरी $2\frac{1}{2}$ मीटर है तो डण्डों को बनाने के लिए लकड़ी की कितनी लम्बाई की आवश्यकता होगी? **[NCERT EXERCISE, HOTS]**



हल : $\because$ प्रथम व अन्तिम डण्डे के बीच की क्षैतिज दूरी

$= 2\frac{1}{2}$ मीटर $= \frac{5}{2}$ मीटर

$= \frac{5 \times 100}{2}$ सेमी = 250 सेमी

और दो क्रमागत डण्डों के बीच की दूरी = 25 सेमी

$\therefore$ सीढ़ी में डण्डों की संख्या,

$$n = \frac{250}{25} = 10 + 1 = 11$$

अब, प्रश्नानुसार डण्डों की लम्बाइयाँ समान रूप से घट रही हैं, तब डण्डों की लम्बाइयाँ एक A.P. निरूपित करती हैं।

$\because$ प्रथम डण्डे की लम्बाई (a) = 25 सेमी और अन्तिम डण्डे की लम्बाई (l) = 45 सेमी

$\therefore$ 11 डण्डों में प्रयुक्त लकड़ी की कुल माप = इस A.P. के सभी पदों का योगफल

$\Rightarrow S_{11} = \frac{n}{2}[a + l] = \frac{11}{2}(25 + 45)$ सेमी

$$= \frac{11}{2} \times 70 = 11 \times 35$$

$$= 385 \text{ सेमी या } 3.85 \text{ मीटर}$$

अत: **सीढ़ी के डण्डों में प्रयुक्त लकड़ी की लम्बाई = 385 सेमी या 3.85 मीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 4. एक पंक्ति के मकानों को क्रमागत रूप से संख्या 1 से 49 तक अंकित किया गया है। दर्शाइए कि x का एक ऐसा मान है कि x से अंकित मकान से पहले के मकानों की संख्याओं का योग उसके बाद वाले मकानों की संख्याओं के योग के बराबर है। x का मान ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE, HOTS]

हल : दिया है, मकानों पर अंकित संख्याएँ : 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 47, 48, 49 हैं।

x एक ऐसी संख्या है कि x के एक ओर की संख्याओं का योग = x के दूसरी ओर की संख्याओं का योग

अर्थात् 1 से $x-1$ तक की संख्याओं का योग = $x+1$ से 49 तक की सभी संख्याओं का योग। ...(1)

अनुक्रम की सभी संख्याओं में सार्वअन्तर $d = 1$ है।

तब, 1 से $x-1$ तक की संख्याओं का योग

$$S_{x-1} = \frac{x-1}{2}[2a + (x-1-1)d]$$

$$\left[\text{सूत्र, } S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ से}\right]$$

$$= \frac{x-1}{2}[2 \times 1 + (x-2)1]$$

$$[\because a = 1, d = 1 \text{ तथा } n = x-1]$$

$$= \frac{x-1}{2}[2 + x - 2]$$

$$= \frac{x(x-1)}{2}$$

$$= \frac{x^2 - x}{2}$$

और $x+1$ से 49 तक की संख्याओं का योग

$$= S_{49} - S_x$$

[ध्यान दीजिए S_{x+1} नहीं होगा क्योंकि x के बाद ही $x+1$ प्रारम्भ होगा]

$$= \frac{49}{2}[2 \times 1 + (49-1)1] - \frac{x}{2}[2 \times 1 + (x-1)1]$$

$$= \frac{49}{2}[2 + 48] - \frac{x}{2}(2 + x - 1)$$

$$= \frac{49 \times 50}{2} - \frac{x}{2}(x+1)$$

$$= 1225 - \frac{x^2 + x}{2}$$

तब प्रश्नानुसार,

$$\frac{x^2 - x}{2} = 1225 - \frac{x^2 + x}{2} \quad \text{[समीकरण (1) से]}$$

या $$\frac{x^2 - x}{2} + \frac{x^2 + x}{2} = 1225$$

या $$\frac{x^2 - x + x^2 + x}{2} = 1225$$

या $$\frac{2x^2}{2} = 1225$$

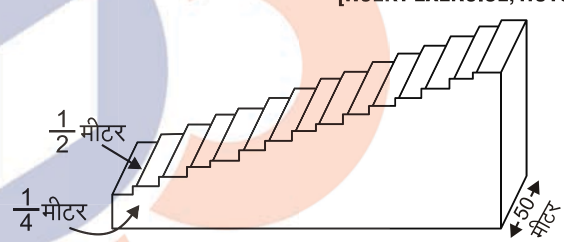
या $$x^2 = 1225$$

या $$x = \sqrt{1225} = 35$$

अत: **x का मान = 35** **उत्तर**

प्रश्न 5. एक फुटबाल के मैदान में एक छोटा चबूतरा है जिसमें 15 सीढ़ियाँ बनी हुई हैं। इन सीढ़ियों में से प्रत्येक की लम्बाई 50 मीटर है और वह ठोस कंक्रीट (concrete) की बनी है। प्रत्येक सीढ़ी में $\frac{1}{4}$ मीटर की चढ़ाई है और $\frac{1}{2}$ मीटर का फैलाव (चौड़ाई) है (देखिए आकृति)। इस चबूतरे को बनाने में लगी कंक्रीट का कुल आयतन परिकलित कीजिए।

[NCERT EXERCISE, HOTS]



हल : दिया है, प्रत्येक सीढ़ी की लम्बाई 50 मीटर तथा चौड़ाई $\frac{1}{2}$ मीटर है।

सीढ़ियों की संख्या 15 है। प्रत्येक सीढ़ी की जमीन से ऊँचाई एक समान्तर श्रेढ़ी (A.P.) का अनुक्रम है जो निम्नवत् है :

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \ldots\ldots, \frac{15}{4}$$

पहली सीढ़ी में लगी कंक्रीट का आयतन

$$= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{50}{8} \text{ घन मीटर}$$

[$\because$ घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई]

दूसरी सीढ़ी में लगी कंक्रीट का आयतन

$$= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{100}{8} \text{ घन मीटर}$$

तीसरी सीढ़ी में लगी कंक्रीट का आयतन

$$= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{150}{8} \text{ घन मीटर}$$

चौथी सीढ़ी में लगी कंक्रीट का आयतन

$$= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{200}{8} \text{ घन मीटर}$$

$\therefore$ कुल कंक्रीट का आयतन

$$= \frac{50}{8} + \frac{100}{8} + \frac{150}{8} + \frac{200}{8} + \ldots\ldots + 15 \text{ पदों तक}$$

यह भी एक A.P. को निरूपित करती है।

जिसका प्रथम पद $a = \frac{50}{8}$

तथा सार्वअन्तर $d = \frac{100}{8} - \frac{50}{8} = \frac{50}{8}$

और पदों की संख्या $n = 15$

$\therefore$ कंक्रीट का कुल आयतन

$$V = S_{15} = \frac{n}{2} [2\,a + (n-1)\,d]$$

$$= \frac{15}{2}\left[2 \times \frac{50}{8} + (15-1)\frac{50}{8}\right]$$

$$= \frac{15}{2} \times \frac{50}{8} [2 + 15 - 1]$$

$$= \frac{15}{2} \times \frac{50}{8} \times 16 = 15 \times 50$$

$$= 750 \text{ घन मीटर}$$

अत: **चबूतरे में लगी कंक्रीट का आयतन = 750 घन मीटर।** उत्तर