

? प्रश्नावली | 5.1

प्रश्न 1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से कथन असत्य हैं? अपने उत्तरों के लिए कारण दीजिए। [NCERT EXERCISE]

(i) एक बिन्दु से होकर केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।

(ii) दो भिन्न बिन्दुओं से होकर जाने वाली असंख्य रेखाएँ हैं।

(iii) एक सांत रेखा दोनों ओर अनिश्चित रूप से बढ़ाई जा सकती है।

(iv) यदि दो वृत्त बराबर हैं तो उनकी त्रिज्याएँ बराबर होती हैं।

(v) निम्नांकित चित्र में, यदि $AB = PQ$ और $PQ = XY$ है तो $AB = XY$ होगा।



हल : (i) क्योंकि प्रतिच्छेदी रेखाएँ, संगामी रेखाएँ इत्यादि ज्यामिति तथ्य दिए कथन को खण्डित करते हैं।

साथ-ही-साथ एक बिन्दु से होकर अपरिमित रूप से अनेक रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

अतः कथन असत्य है।

उत्तर

● (ii) क्योंकि दो भिन्न बिन्दुओं से होकर केवल एक रेखा खींची जा सकती है।

अतः कथन असत्य है।

उत्तर

● (iii) एक सांत रेखा दोनों ओर अनिश्चित रूप से बढ़ाई जा सकती है।

अतः कथन सत्य है।

उत्तर

● (iv) क्योंकि दो वृत्तों की त्रिज्याएँ समान होने पर ही वृत्त समान होते हैं।

अतः कथन सत्य है।

उत्तर

● (v) यदि $AB = PQ$ और $PQ = XY$
तो $AB = XY$

(यूक्लिड के प्रथम अभिगृहीत से)

अतः कथन सत्य है।

उत्तर

प्रश्न 2. निम्नलिखित पदों में से प्रत्येक की परिभाषा दीजिए। क्या इनके लिए कुछ ऐसे पद हैं, जिन्हें परिभाषित करने की आवश्यकता है? वे क्या हैं और इन्हें कैसे परिभाषित कर पाएँगे? [NCERT EXERCISE]

(i) समान्तर रेखाएँ (ii) लम्ब रेखाएँ

(iii) रेखाखण्ड (iv) वृत्त की त्रिज्या

(v) वर्ग।

हल : (i) समान्तर रेखाएँ : दो सरल रेखाएँ जिनमें कोई भी उभयनिष्ठ बिन्दु नहीं होता है एक-दूसरे के समान्तर कहलाती हैं।

‘बिन्दु’ तथा ‘सरल रेखा’ कुछ ऐसे पद हैं जिन्हें परिभाषित करने की आवश्यकता है। ‘बिन्दु’ तथा ‘सरल रेखा’ को यूक्लिड के शब्दों में परिभाषित कर सकते हैं :

एक बिन्दु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता है।

एक रेखा चौड़ाई रहित लम्बाई होती है तथा एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिन्दुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।

● (ii) लम्ब रेखाएँ : यदि दो समान्तर रेखाओं में से कोई एक 90° के कोण पर घूमती है तब दोनों रेखाएँ एक-दूसरे के लम्बवत् होती हैं।

‘ 90° के कोण का घुमाव’ ऐसा पद है जिसे परिभाषित करने की आवश्यकता है।

घुमाव को अन्तर्ज्ञानात्मक रूप मान लिया जाता है अतः इसका प्रयोग नहीं कर सकते हैं।

● (iii) रेखाखण्ड : दो अन्त बिन्दुओं (end points) के साथ किसी रेखा को रेखाखण्ड कहते हैं।

‘बिन्दु’ तथा ‘रेखा’ कुछ ऐसे पद हैं जिन्हें परिभाषित करने की आवश्यकता है। परन्तु इन्हें भाग (i) में परिभाषित कर चुके हैं।

● (iv) वृत्त की त्रिज्या : किसी वृत्त के केन्द्र से वृत्त की परिधि के किसी बिन्दु तक खींचे रेखाखण्ड को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

‘केन्द्र’ ऐसा पद है जिसे परिभाषित करने की आवश्यकता है ‘केन्द्र’ को वृत्त के अन्दर एक बिन्दु के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसकी वृत्त पर स्थित सभी बिन्दुओं से दूरी समान होती है।

2 | गणित ► कक्षा-9

- (v) वर्ग : वर्ग वह क्षेत्र या प्रदेश है जो समान लम्बाई के चार रेखाखण्डों से घिरा होता है तथा प्रत्येक दो किनारों के बीच 90° का कोण होता है।

क्षेत्र या प्रदेश, किनारे तथा कोण को अन्तर्ज्ञानात्मक रूप मान लिया जाता है।

प्रश्न 3. नीचे दी हुई दो अभिधारणाओं पर विचार कीजिए :

[NCERT EXERCISE]

(i) दो भिन्न बिन्दु A और B दिए रहने पर, एक तीसरा बिन्दु C ऐसा विद्यमान है जो A और B के बीच स्थित होता है।

(ii) यहाँ कम-से-कम ऐसे तीन बिन्दु विद्यमान हैं कि वे एक रेखा पर स्थित नहीं हैं।

क्या इन अभिधारणाओं में कोई अपरिभाषित शब्द है? क्या ये अभिधारणाएँ अविरोधी हैं? क्या ये यूक्लिड की अभिधारणाओं से प्राप्त होती हैं? स्पष्ट कीजिए।

हल : दोनों अभिधारणाओं में निम्न दो शब्द अपरिभाषित हैं : बिन्दु और रेखा।

- दोनों अभिधारणाएँ परस्पर अविरोधी नहीं हैं।
- ये अभिधारणाएँ यूक्लिड की अभिधारणाओं का अनुसरण नहीं करतीं परन्तु ये निम्न अभिगृहीत के अनुरूप हैं। दिए गए दो भिन्न बिन्दुओं से होकर एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है।

- (i) माना AB एक सरल रेखा है।

अपरिमित रूप से ऐसे अनेक बिन्दु हैं जो इस रेखा पर



स्थित हैं। दो अन्त बिन्दुओं A तथा B को छोड़कर इनमें से किसी का भी चयन करते हैं। यह बिन्दु A तथा B के मध्य स्थित होता है।

- (ii) कम-से-कम ऐसे तीन बिन्दुओं का होना आवश्यक है जिनमें से एक बिन्दु को अन्य दोनों बिन्दुओं को जोड़ने वाली सरल रेखा पर नहीं होना चाहिए।

प्रश्न 4. यदि दो बिन्दुओं A और B के बीच एक बिन्दु C ऐसा स्थित है कि $AC = BC$ है तो सिद्ध कीजिए कि $AC = \frac{1}{2} AB$ है। एक आकृति खींचकर इसे स्पष्ट कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : चूँकि बिन्दु C दो बिन्दुओं A और B के बीच स्थित है,



$$\therefore AC + BC = AB \quad \dots(1)$$

दिया है, $AC = BC$

तब, समीकरण (1) से,

$$AC + AC = AB$$

$$2AC = AB$$

$$\frac{1}{2} \times 2 AC = \frac{1}{2} \times AB$$

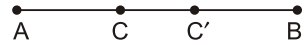
[$\therefore$ बराबरों के आधे भी परस्पर बराबर होते हैं।]

$$AC = \frac{1}{2} AB. \quad \text{Proved.}$$

प्रश्न 5. प्रश्न 4 में, C रेखाखण्ड AB का एक मध्य-बिन्दु कहलाता है। सिद्ध कीजिए कि एक रेखाखण्ड का एक और केवल एक ही मध्य-बिन्दु होता है।

[NCERT EXERCISE]

हल : माना यदि सम्भव है तो C और C' रेखाखण्ड AB के दो मध्य-बिन्दु हैं।



चूँकि बिन्दु C , रेखाखण्ड AB का मध्य-बिन्दु है।

$$AC = \frac{1}{2} AB$$

पुनः बिन्दु C' , रेखाखण्ड AB का मध्य-बिन्दु है।

$$AC' = \frac{1}{2} AB$$

यूक्लिड के अभिगृहीत से,

$$AC = AC'$$

[$\therefore$ वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के बराबर होती हैं, वे एक-दूसरे के बराबर होती हैं।]

पुनः यूक्लिड के अभिगृहीत से,

$$AC - AC' = AC' - AC$$

[$\therefore$ समान राशियों में से समान राशियाँ घटाने पर प्राप्त राशियाँ भी आपस में बराबर होती हैं।]

$$AC - AC' = 0$$

$$AC' - AC = 0$$

[$\therefore$ चित्र से, $CC' = AC' - AC$]

$$CC' = 0$$

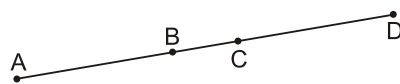
C और C' समान अर्थात् एक ही बिन्दु है।

अतः रेखाखण्ड का एक और केवल एक ही मध्य-बिन्दु होता है।

Proved.

प्रश्न 6. निम्नांकित चित्र में, यदि $AC = BD$ है तो सिद्ध कीजिए कि $AB = CD$ है।

[NCERT EXERCISE]



हल : चित्र से स्पष्ट है कि बिन्दु B , बिन्दुओं A और C के बीच में कहीं स्थित है।

$$\therefore AB + BC = AC \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार, बिन्दु C , बिन्दुओं B और D के बीच में कहीं स्थित है।

$$\therefore BC + CD = BD \quad \dots(2)$$

प्रश्नानुसार दिया है, $AC = BD$

$$\Rightarrow AB + BC = BC + CD$$

[समीकरण (1) व (2) से]

यूक्लिड के अभिगृहीत से,

$$AB + BC - BC = BC + CD - BC$$

[$\because$ समान राशियों में से समान राशियाँ घटाने पर प्राप्त राशियाँ भी आपस में बराबर होती हैं।]

$$\Rightarrow AB = CD \quad \text{Proved.}$$

प्रश्न 7. यूक्लिड की अभिगृहीतों की सूची में दिया हुआ अभिगृहीत 5 एक सर्वव्यापी सत्य क्यों माना जाता है?

(ध्यान दीजिए कि यह प्रश्न पाँचवीं अभिधारणा से सम्बन्धित नहीं है।)

[NCERT EXERCISE]

हल : यूक्लिड का 5वाँ अभिगृहीत निम्नलिखित है :

“पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है”

यह सर्वव्यापी सत्य है क्योंकि पूर्ण का कोई भी भाग क्यों न हो, वह अस्तित्व में पूर्ण से ही आया होगा तब इसके लिए प्रमाण देने की आवश्यकता ही नहीं है।

