

NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत

दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

? प्रश्नावली | 6.1

प्रश्न 1. संलग्न चित्र में, रेखाएँ AB और CD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ है और $\angle BOD = 40^\circ$ है तो $\angle BOE$ और प्रतिवर्ती $\angle COE$ ज्ञात कीजिए।

हल : \because रेखाएँ AB तथा CD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\therefore \angle AOC = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

दिया है : $\angle BOD = 40^\circ$

$\therefore \angle AOC = 40^\circ$... (1)

यह भी ज्ञात है कि $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$

या $\angle BOE = 70^\circ - \angle AOC$

$\therefore \angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$ [समीकरण (1) से]

$\therefore \angle BOE = 30^\circ$... (2)

$\because AB$ एक ऋजु रेखा है और उस पर स्थित बिन्दु O से OC तथा OE मिलती हैं।

$\therefore \angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$ (आकृति से)

$\therefore 40^\circ + \angle COE + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle COE = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ$

$\angle COE = 110^\circ$

तब प्रतिवर्ती $\angle COE = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

अतः $\angle BOE = 30^\circ$ तथा प्रतिवर्ती $\angle COE = 250^\circ$

उत्तर

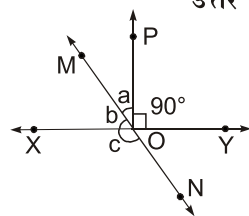
प्रश्न 2. संलग्न चित्र में, रेखाएँ XY तथा MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle POY = 90^\circ$ तथा $a : b = 2 : 3$ है तो c ज्ञात कीजिए।

हल : $\because XY$ एक ऋजु रेखा है और $\angle POY = 90^\circ$

$\therefore \angle POX + \angle POY = 180^\circ$ (रेखीय युग्म)

परन्तु $\angle POY = 90^\circ$

घटाने पर, $\angle POX = 90^\circ$



$$\Rightarrow \angle POM + \angle MOX = a + b = 90^\circ$$

(चित्र से) ... (1)

दिया है : $a : b = 2 : 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

$$2b = 3a \Rightarrow b = \frac{3}{2}a$$

समीकरण (1) से,

$$a + b = 90^\circ$$

$$a + \frac{3}{2}a = 90^\circ \quad \left(\because b = \frac{3}{2}a \right)$$

$$\frac{2a + 3a}{2} = 90^\circ$$

$$5a = 180^\circ$$

$$a = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ \quad \dots (2)$$

\therefore ऋजु रेखाएँ XY और MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\therefore \angle XON = \angle YOM$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\therefore \angle XON = \angle MOP + \angle POY$ (आकृति से)

$$c = a + 90^\circ$$

$$\therefore c = 36^\circ + 90^\circ = 126^\circ$$

अतः $c = 126^\circ$

प्रश्न 3. संलग्न चित्र में, $\angle PQR = \angle PRQ$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$.

[NCERT EXERCISE]

हल : दी गई आकृति में SR एक ऋजु रेखा है और उसके बिन्दु Q पर रेखा PQ मिलती है।

$\therefore \angle PQS$ तथा $\angle PQR$ एक रैखिक युग्म के कोण हैं।

$\therefore \angle PQS + \angle PQR = 180^\circ$... (1)

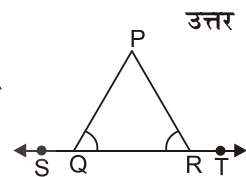
पुनः QT एक ऋजु रेखा है जिसके बिन्दु R पर रेखा PR मिलती है।

$\therefore \angle PRT$ और $\angle PRQ$ भी एक रैखिक युग्म के कोण हैं।

$\therefore \angle PRQ + \angle PRT = 180^\circ$... (2)

समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRQ + \angle PRT \quad \dots (3)$$

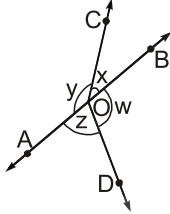


उत्तर

2 | गणित ▶ कक्षा-9

परन्तु दिया है कि $\angle PQR = \angle PRQ$... (4)
तब समीकरण (3) में से समीकरण (4) को घटाने पर,
 $\angle PQS = \angle PRT$ **Proved.**

प्रश्न 4. निम्नांकित चित्र में, यदि $x + y = w + z$ हैं तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक रेखा है। [NCERT EXERCISE]



उत्तर : $\because \angle x, \angle y, \angle w$ व $\angle z$ एक ही बिन्दु O पर बने हैं।

$$\therefore x + y + w + z = 360^\circ \quad \dots(1)$$

परन्तु दिया है कि $x + y = w + z$

$$\therefore x + y - w - z = 0 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) को जोड़ने पर,

$$2x + 2y = 360^\circ$$

$$\therefore x + y = 180^\circ \quad \dots(3)$$

\because समीकरण (3) से $\angle x$ व $\angle y$ दो आसन्न कोण हैं जिनका योग 180° है तथा रेखा OC दोनों कोणों की उभयनिष्ठ रेखा है, तब इन कोणों की शेष भुजाएँ AO तथा OB एक सरल रेखा बनाएँगी।

अतः AOB एक ऋजु रेखा है।

प्रश्न 5. संलग्न चित्र में, POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है। किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए कि

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS) \quad \text{[NCERT EXERCISE]}$$

हल : $\because POQ$ एक ऋजु रेखा है और किरण OR , रेखा PQ पर लम्ब है।

$$\therefore \angle QOR = 90^\circ$$

$$\text{और} \quad \angle POR = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle POS + \angle ROS = 90^\circ \quad (\text{आकृति से})$$

$$\Rightarrow \angle POS = 90^\circ - \angle ROS \quad \dots(1)$$

$$\text{तथा} \quad \angle QOS = \angle ROS + \angle QOR$$

(आकृति से)

$$\Rightarrow \angle QOS = \angle ROS + 90^\circ \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$$\angle QOS - \angle POS = (\angle ROS + 90^\circ)$$

$$- (90^\circ - \angle ROS) \Rightarrow$$

$$\angle QOS - \angle POS = \angle ROS + 90^\circ - 90^\circ + \angle ROS$$

$$\text{या} \quad (\angle QOS - \angle POS) = 2 \angle ROS$$

$$\text{या} \quad \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS) = \angle ROS$$

$$\text{अतः} \quad \angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS) \quad \text{Proved.}$$

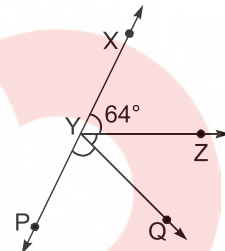
प्रश्न 6. यह दिया है कि $\angle XYZ = 64^\circ$ तथा XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है। दी हुई सूचना के आधार पर आकृति खींचिए। यदि किरण YQ , $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है तो $\angle XYQ$ तथा प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

हल : दी गई सूचना से आकृति खींचना

(i) एक किरण YZ खींची।

(ii) किरण YZ के बिन्दु Y पर $\angle XYZ = 64^\circ$ खींचा।

(iii) XY को बिन्दु P तक बढ़ाकर रेखा XYP खींची।



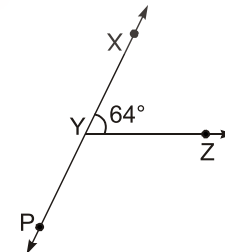
तत्पश्चात् दूसरी आकृति बनाकर बिन्दु Y से किरण YQ इस प्रकार खींची कि किरण YQ , $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करे।

निर्दिष्ट कोणों की माप की गणना :

• (i) $\angle XYQ$

$\because \angle XYZ$ की कोण-रेखा XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है।

$\therefore XYP$ एक ऋजु रेखा है।



तब, $\angle XYZ$ और $\angle ZYP$ कोणों का युग्म एक रैखिक युग्म है

$$\therefore \angle XYZ + \angle ZYP = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 64^\circ + \angle ZYP = 180^\circ$$

$$(\because \text{दिया है } \angle XYZ = 64^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle ZYP = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$$

∴ किरण YQ, ∠ZYP को समद्विभाजित करती है

∴ $\angle ZYQ = \angle QYP$

और $\angle ZYQ + \angle QYP = 116^\circ$

हल करने पर,

$\angle ZYQ = 58^\circ$ और $\angle QYP = 58^\circ$... (1)

अब चूँकि $\angle XYQ = \angle XYZ + \angle ZYQ$
(आकृति से)

$= 64^\circ + 58^\circ = 122^\circ$

अतः $\angle XYQ = 122^\circ$

● (ii) प्रतिवर्ती $\angle QYP$

समीकरण (1) से,

$\angle QYP = 58^\circ$

∴ प्रतिवर्ती $\angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$

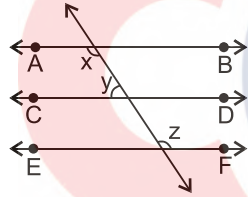
अतः प्रतिवर्ती $\angle QYP = 302^\circ$

उत्तर

? प्रश्नावली | 6.2

प्रश्न 1. निम्नांकित चित्र में, यदि $AB \parallel CD$,
 $CD \parallel EF$ और $y : z = 3 : 7$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]



हल : दी गई आकृति में $AB \parallel CD$ और $CD \parallel EF$

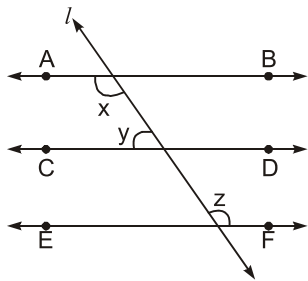
∴ $AB \parallel EF$

अब चूँकि $AB \parallel EF$ को एक तिर्यक ऋजु रेखा l काटती है जिससे एकान्तर कोण $\angle x$ और $\angle z$ बनते हैं।

तब $\angle x = \angle z$... (1)

∴ $AB \parallel CD$ और एक तिर्यक रेखा l इन्हें काटती है जिससे $\angle x$ और $\angle y$, तिर्यक रेखा l के एक ही ओर बने अन्तःकोण हैं।

∴ $\angle x + \angle y = 180^\circ$... (2)



तब समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$\angle y + \angle z = 180^\circ$

... (3)

∴ $y : z = 3 : 7$ तब माना $y = 3k$ तथा $z = 7k$

y और z के ये मान समीकरण (3) में रखने पर,

$3k + 7k = 180^\circ \Rightarrow 10k = 180^\circ \Rightarrow k = 18^\circ$

तब, $z = 7k = 7 \times 18^\circ = 126^\circ$

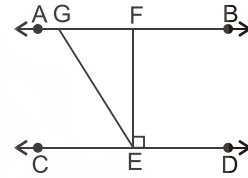
समीकरण (1) से, $\angle x = \angle z$ और $z = 126^\circ$

$\angle x = 126^\circ$

अतः $x = 126^\circ$

उत्तर .

प्रश्न 2. निम्नांकित चित्र में, यदि $AB \parallel CD$,
 $EF \perp CD$ और $\angle GED = 126^\circ$ है तो $\angle AGE$, $\angle GEF$
और $\angle FGE$ ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]



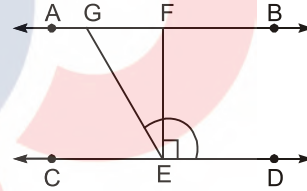
हल : ∴ $AB \parallel CD$ और GE एक तिर्यक रेखा है

$\angle AGE = \angle GED$ (एकान्तर कोण)

$\angle AGE = 126^\circ$ (∵ $\angle GED = 126^\circ$)

अब ∴ $\angle GED = 126^\circ$

∴ $\angle GEF + \angle FED = 126^\circ$



$\angle GEF + 90^\circ = 126^\circ$ (∵ $\angle FED = 90^\circ$)

∴ $\angle GEF = 126^\circ - 90^\circ = 36^\circ$

∴ $\angle GEF = 36^\circ$

पुनः ∴ AB एक ऋजु रेखा है और GE उससे बिन्दु G पर मिलती है।

∴ $\angle AGE$ और $\angle FGE$ एक रैखिक कोण-युग्म बनाते हैं।

∴ $\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ$

∴ $126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$

($\angle AGE = 126^\circ$ अभी ऊपर ज्ञात किया है।)

∴ $\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$

∴ $\angle FGE = 54^\circ$

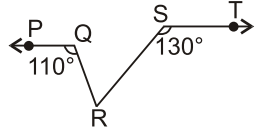
अतः $\angle AGE = 126^\circ$, $\angle GEF = 36^\circ$

और $\angle FGE = 54^\circ$

उत्तर

प्रश्न 3. अग्रांकित चित्र में, यदि $PQ \parallel ST$,
 $\angle PQR = 110^\circ$ और $\angle RST = 130^\circ$ है तो $\angle QRS$
ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]

4 | गणित ▶ कक्षा-9

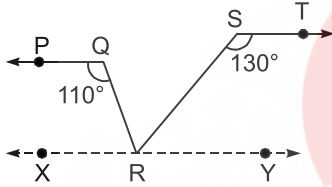


हल : दिया है : दी गई आकृति में $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ तथा $\angle RST = 130^\circ$.

ज्ञात करना है : $\angle QRS$ की माप।

रचना : बिन्दु R से PQ के समान्तर एक ऋजु रेखा XY खींची।

विश्लेषण : $\because PQ \parallel XY$ (रचना से) और QR तिर्यक रेखा है जो इन्हें Q तथा R पर काटती है। $\angle PQR$ और $\angle QRX$, QR के एक ही ओर बने अन्तःकोण हैं।



$$\begin{aligned} \therefore \angle PQR + \angle QRX &= 180^\circ \\ \therefore \angle QRX &= 180^\circ - \angle PQR \\ &= 180^\circ - 110^\circ \quad (\because \angle PQR = 110^\circ) \\ \therefore \angle QRX &= 70^\circ \end{aligned}$$

अब $\because PQ \parallel XY$ रचना से और $PQ \parallel ST$ (दिया है)

$\therefore ST \parallel XY$
 $\therefore ST \parallel XY$ और RS तिर्यक रेखा है
 $\therefore \angle SRY$ और $\angle RST$ तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तःकोण हैं।

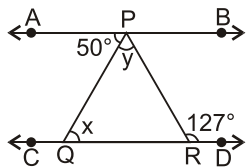
$$\begin{aligned} \therefore \angle SRY + \angle RST &= 180^\circ \\ \therefore \angle SRY + 130^\circ &= 180^\circ \quad (\because \angle RST = 130^\circ) \\ \therefore \angle SRY &= 180^\circ - 130^\circ \\ \therefore \angle SRY &= 50^\circ \end{aligned}$$

पुनः $\angle QRX$, $\angle QRS$ और $\angle SRY$ एक ही ऋजु रेखा के बिन्दु R पर रेखा XY के एक ही ओर बने हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \angle QRX + \angle QRS + \angle SRY &= 180^\circ \quad (\text{आकृति से}) \\ \therefore 70^\circ + \angle QRS + 50^\circ &= 180^\circ \\ \therefore \angle QRS &= 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

अतः $\angle QRS = 60^\circ$ उत्तर

प्रश्न 4. निम्नांकित चित्र में, यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$ है तो x और y ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]



हल : दिया है : ऋजु रेखा $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$.

ज्ञात करना है : x तथा y

विश्लेषण : $\because AB \parallel CD$ (दिया है)

और PQ एक तिर्यक रेखा है

$$\therefore \angle APQ = \angle PQR \quad (\text{एकान्तर कोण युग्म})$$

$$\therefore 50^\circ = x \Rightarrow x = 50^\circ$$

पुनः $AB \parallel CD$ और PR एक तिर्यक रेखा है।

$$\therefore \angle APR = \angle PRD \quad (\text{एकान्तर कोण युग्म})$$

$$\therefore \angle APQ + \angle QPR = \angle PRD$$

$$(\because \angle APR = \angle APQ + \angle QPR, \text{ चित्र से})$$

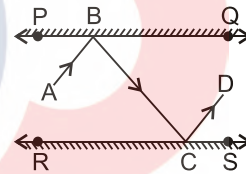
$$\therefore 50^\circ + y = 127^\circ$$

$$\therefore y = 127^\circ - 50^\circ = 77^\circ$$

अतः $x = 50^\circ$ और $y = 77^\circ$ उत्तर

प्रश्न 5. निम्नांकित चित्र में, PQ और RS दो दर्पण हैं जो एक-दूसरे के समान्तर रखे गए हैं। एक आपतन किरण (incident ray) AB , दर्पण PQ से B पर टकराती है और परावर्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर चलकर दर्पण RS से C पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश परावर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि $AB \parallel CD$ है।

[NCERT EXERCISE]

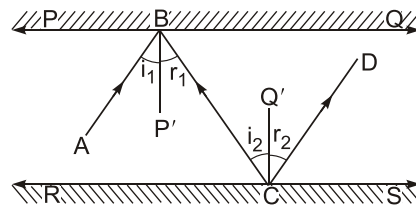


हल : दिया है : दर्पण $PQ \parallel$ दर्पण RS तथा AB और BC दर्पण PQ के लिए क्रमशः आपतित और परावर्तित किरणें हैं। दर्पण RS के लिए आपतित किरण BC तथा परावर्तित किरण CD है। BP' दर्पण PQ के बिन्दु B पर तथा CQ' दर्पण RS के बिन्दु C पर अभिलम्ब हैं।

सिद्ध करना है : $AB \parallel CD$

उपपत्ति : $\because BP'$, बिन्दु B पर अभिलम्ब है;

अतः $BP' \perp PQ$



और CQ' , बिन्दु C पर अभिलम्ब है;

अतः $CQ' \perp RS$

$$\therefore PQ \parallel RS$$

∴ उक्त तीनों तथ्यों से $BP' \parallel CQ'$ और BC तिर्यक रेखा है।

∴ $\angle P'BC = \angle Q'CB$ (एकान्तर कोण)

∴ $\angle r_1 = \angle i_2$... (1)

परावर्तन के नियमों से,

$$\angle i_1 = \angle r_1$$

तथा $\angle i_2 = \angle r_2$... (3)

समीकरण (1), (2) व (3) से,

$$\angle i_1 = \angle r_2 \quad \dots (4)$$

समीकरण (1) व समीकरण (4) को जोड़ने पर,

$$\angle (i_1 + r_1) = \angle (i_2 + r_2)$$

$$\angle ABC = \angle BCD$$

∴

परन्तु ये AB तथा CD को BC द्वारा प्रतिच्छेद करने से

... (2) निर्मित समान एकान्तर कोण हैं।

अतः $AB \parallel CD$

Proved.

