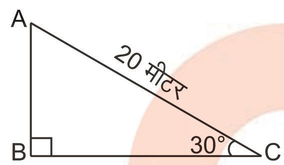
09 त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग
(Some Applications of Trigonometry)

NCERT ZONE

अध्याय के अन्तर्गत
दिए गए प्रश्न एवं उनके उत्तर

प्रश्नावली | 9.1

प्रश्न 1. संलग्न आकृति में, सर्कस का एक कलाकार एक 20 मीटर लम्बी डोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खम्भे के शिखर से बँधा हुआ है। यदि भूमि स्तर के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण 30° का हो तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**



हल : चित्र में AB एक खम्भा है जिसका सिरा B भूमि पर गड़ा है। खम्भे के शिखर A से एक तनी हुई डोरी AC भूमि पर एक स्थान (बिन्दु) C से बँधी है। डोरी AC की लम्बाई 20 मीटर है। डोरी भूमि स्तर BC के साथ बिन्दु C पर $\angle ACB = 30°$ बनाती है।

हमें खम्भे की ऊँचाई AB ज्ञात करनी है और डोरी की लम्बाई $AC = 20$ मीटर ज्ञात है।

तब समकोण $\Delta\, ABC$ में,

$$\sin ACB = \frac{\angle ACB \text{ की सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\therefore \quad \sin 30° = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2} = \frac{AB}{AC}$$

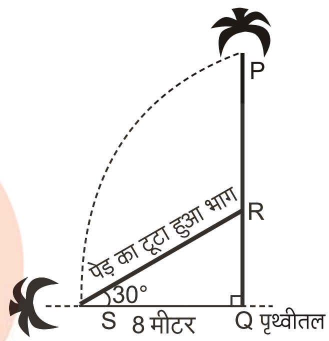
$$2\,AB = 20 \quad \Rightarrow \quad AB = 10$$

[$\because$ $AC = 20$ मीटर]

अत: **खम्भे की ऊँचाई = 10 मीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 2. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ 30° का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिन्दु की दूरी, जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, 8 मीटर है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना PQ एक पेड़ है जो बिन्दु R से टूटकर भूमि पर गिर गया है। पेड़ के ऊपरी भाग RP का ऊपरी सिरा P भूमि पर बिन्दु S को छू रहा है। बिन्दु S की पेड़ से दूरी $SQ = 8$ मीटर है। पेड़ का टूटा हुआ भाग PR, भूमि पर बिन्दु S से $\angle QSR = 30°$ बनाता है।



तब, समकोण त्रिभुज RQS में,

$$\tan 30° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{QR}{SQ}$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{QR}{8} \qquad [\because SQ = 8 \text{ मीटर}]$$

या $$QR = \frac{8}{\sqrt{3}} \qquad ...(1)$$

पुन: समकोण त्रिभुज RQS में,

$$\cos 30° = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{SQ}{SR}$$

या $$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{SR} \qquad [\because SQ = 8 \text{ मीटर}]$$

या $$\sqrt{3}\,SR = 16 \quad \Rightarrow \quad SR = \frac{16}{\sqrt{3}} \qquad ...(2)$$

तब, पेड़ PQ की ऊँचाई $= PR + QR$

$$= SR + QR \qquad [\because PR = SR]$$

$$= \frac{16}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

[समीकरण (1) व (2) से]

$$= \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

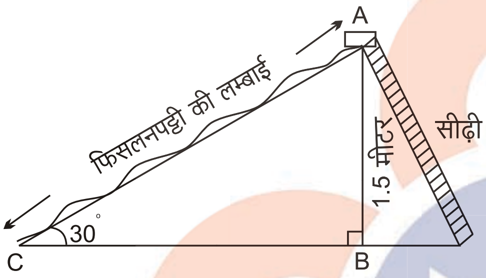
$$= 8 \times 1.73 = 13.84 \text{ मीटर}$$

अत: **पेड़ की ऊँचाई = 13.84 मीटर या $8\sqrt{3}$ मीटर।**

उत्तर

प्रश्न 3. एक ठेकेदार बच्चों को खेलने के लिए एक पार्क में दो फिसलनपट्टी लगाना चाहता है। 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए वह एक ऐसी फिसलनपट्टी लगाना चाहता है जिसका शिखर 1.5 मीटर की ऊँचाई पर हो और भूमि के साथ 30° के कोण पर झुका हुआ हो जबकि इससे अधिक उम्र के बच्चों के लिए वह 3 मीटर की ऊँचाई पर एक अधिक ढाल की फिसलनपट्टी लगाना चाहता है, जो भूमि के साथ 60° का कोण बनाती हो। प्रत्येक स्थिति में फिसलनपट्टी की लम्बाई क्या होनी चाहिए? [NCERT EXERCISE]

हल : जब ठेकेदार 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी लगाता है तो उसकी ऊँचाई $AB = 1.5$ मीटर तथा फिसलनपट्टी का भूमि के साथ कोण $ACB = 30°$ है।



माना इस स्थिति में फिसलनपट्टी की लम्बाई AC मीटर है।
समकोण $\Delta\ ABC$ में,

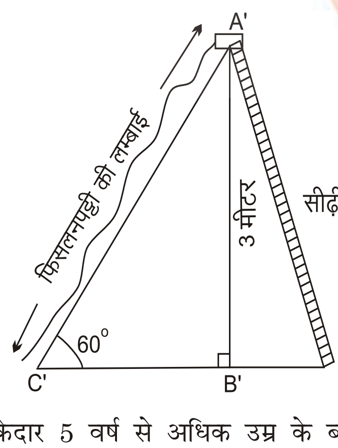
$$\sin ACB = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC}$$

या $$\sin 30° = \frac{1.5}{AC}$$

$[\because AB = 1.5$ मीटर (दिया है)$]$

या $$\frac{1}{2} = \frac{1.5}{AC} \Rightarrow AC = 2 \times 1.5 \text{ मीटर}$$

⇒ $$AC = 3.0 \text{ मीटर}$$



जब ठेकेदार 5 वर्ष से अधिक उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी लगाता है तो उसकी ऊँचाई $A'B' = 3$ मीटर होती है और फिसलनपट्टी भूमि के साथ कोण $\angle A'C'B' = 60°$ बनाती है।

माना इस स्थिति में फिसलनपट्टी की लम्बाई $A'C'$ मीटर है।
तब, समकोण $\Delta\ A'B'C'$ में,

$$\sin A'C'B' = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

या $$\sin 60° = \frac{3}{A'C'}$$

$[\because A'B' = 3$ मीटर (दिया है)$]$

या $$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{A'C'} \qquad \left[\because \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

या $$\sqrt{3}\ A'C' = 6$$

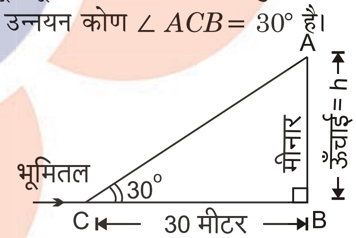
∴ $$A'C' = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

अत: **5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी की लम्बाई = 3 मीटर** तथा **इससे अधिक उम्र के बच्चों के लिए फिसलनपट्टी की लम्बाई = $2\sqrt{3}$ मीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 4. भूमि के एक बिन्दु से, जो मीनार के पाद-बिन्दु से 30 मीटर की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.73$)

[2008; NCERT EXERCISE]

हल : मान लिया, भूमि तल पर एक मीनार AB है जिसकी चोटी A तथा आधार (नींव) B है। मीनार के आधार B से 30 मीटर दूर भूमि पर स्थित कोई बिन्दु C है। C से मीनार की चोटी A का उन्नयन कोण $\angle ACB = 30°$ है।



माना मीनार AB की ऊँचाई h मीटर है।
चित्र के अनुसार,
समकोण $\Delta\ ABC$ में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$$

या $$\tan 30° = \frac{h}{30} \qquad [\because BC = 30 \text{ मीटर}]$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{30} \qquad \left(\therefore \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

या $$\sqrt{3}\ h = 30$$

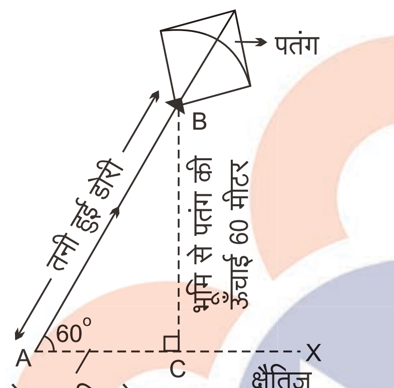
या $$h = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$$

अत: **मीनार AB की ऊँचाई = $10\sqrt{3}$ मीटर**

या **$10 \times 1.732 = 17.32$ मीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 5. भूमि से 60 मीटर की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिन्दु से बाँध दिया गया है। भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60° है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है, डोरी की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना AX एक क्षैतिज रेखा है जिस पर स्थित एक बिन्दु C से $BC = 60$ मीटर ऊँचाई पर एक पतंग B उड़ रही है। यह पतंग B, क्षैतिज भूमि पर स्थित एक बिन्दु A से तनी हुई डोरी AB द्वारा संयोजित है। डोरी AB का भूमि के साथ कोण (झुकाव) 60° है।



चित्र में ACB एक समकोण त्रिभुज है,

जिसमें $\sin A = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{BC}{AB}$

या $\quad \sin 60° = \dfrac{60}{AB}$ $\quad [\because \angle A = 60°]$

$[\because BC = 60 \text{ मीटर}]$

या $\quad \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{60}{AB} \Rightarrow \sqrt{3}\ AB = 120$

$\Rightarrow \quad AB = \dfrac{120}{\sqrt{3}} = \dfrac{120 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \dfrac{120}{3}\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$ मीटर

$= 40 \times 1.73 = 69.2$ मीटर।

अत: **डोरी की लम्बाई = $40\sqrt{3}$ या 69.2 मीटर।**

उत्तर

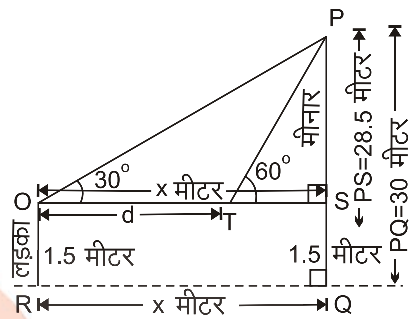
प्रश्न 6. 1.5 मीटर लम्बा एक लड़का 30 मीटर ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 60° हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है? **[NCERT EXERCISE]**

हल : माना PQ एक भवन है जिसकी ऊँचाई 30 मीटर है। भवन के आधार Q से x मीटर दूर बिन्दु R पर एक लड़का OR खड़ा है, जिसकी ऊँचाई $OR = 1.5$ मीटर है।

तब, $OS \parallel QR$

$\therefore \quad OR = SQ = 1.5$ मीटर

माना मीनार की चोटी P का लड़के की आँख O पर उन्नयन कोण $\angle POS = 30°$ है।



तब, $\quad PS = PQ - SQ$

$= 30 - 1.5 = 28.5$ मीटर

तब, समकोण ΔPSO में,

$\tan 30° = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \dfrac{PS}{OS}$

या $\quad \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{28.5}{x}$

$[\because RQ = OS = x \text{ मीटर (माना)}]$

$\Rightarrow \quad x = 28.5 \times \sqrt{3}$

$= 28.5 \times 1.732 = 53.496$ मीटर

माना लड़का d दूरी चलकर बिन्दु T पर पहुँचता है जहाँ से उसकी आँख का कोण $\angle PTS = 60°$ हो जाता है।

तब, समकोण ΔPST में,

$\therefore \quad \tan 60° = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \dfrac{PS}{TS}$

$= \dfrac{PS}{OS - OT} = \dfrac{PS}{x - d}$

$[\because OT = d \text{ मीटर (माना)}]$

या $\quad \sqrt{3} = \dfrac{28.5}{28.5\sqrt{3} - d}$

$[\because x = 28.5\sqrt{3} = 53.496 \text{ मीटर}]$

या $\quad 28.5 \times 3 - \sqrt{3}\ d = 28.5$

या $\quad \sqrt{3}\ d = 85.5 - 28.5 = 57.0$

$[\because 57 = 19 \times 3 = 19 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}]$

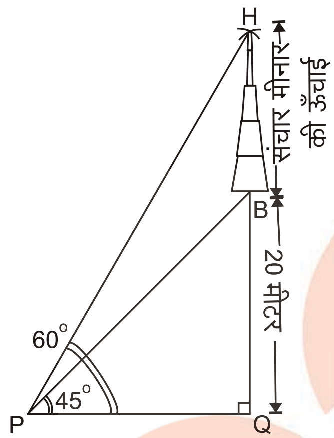
$\therefore \quad d = \dfrac{57.0}{\sqrt{3}} = \dfrac{19.0 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 19\sqrt{3}$ मीटर

अत: **लड़का भवन की ओर $19\sqrt{3}$ मीटर चलकर गया।**

उत्तर

प्रश्न 7. भूमि के एक बिन्दु से एक 20 मीटर ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमश: 45° और 60° हैं। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। **[2018; NCERT EXERCISE]**

हल : मान लिया क्षैतिज भूमितल पर स्थित BQ एक भवन है जिसकी ऊँचाई $BQ = 20$ मीटर है। भवन की चोटी के ऊपर एक संचार मीनार BH स्थित है। भवन के आधार Q से किसी दूरी PQ पर एक बिन्दु P है। बिन्दु P से संचार मीनार के तल का उन्नयन कोण $\angle BPQ = 45°$ तथा शिखर H का उन्नयन कोण $\angle HPQ = 60°$ है।



मान लिया संचार मीनार की भूमि से ऊँचाई HQ है।
तब, समकोण $\Delta\, BQP$ में,

$$\tan BPQ = \frac{BQ}{PQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \quad \tan 45° = \frac{20}{PQ}$$

या $$1 = \frac{20}{PQ} \qquad [\because \tan 45° = 1]$$

या $$PQ = 20 \text{ मीटर}$$

पुनः समकोण $\Delta\, HQP$ में,

$$\tan HPQ = \frac{HQ}{PQ}$$

$$\therefore \quad \tan 60° = \frac{HB + BQ}{PQ} \quad [\because HQ = BH + BQ]$$

या $$\sqrt{3} = \frac{HB + 20}{20} \qquad [PQ = 20 \text{ मीटर}]$$

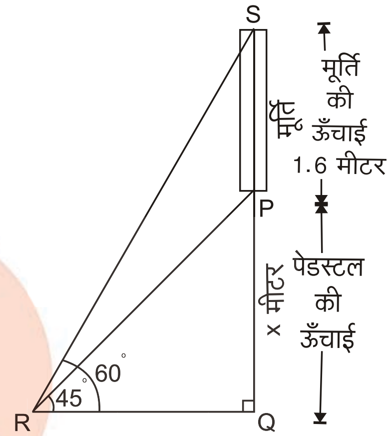
या $$HB + 20 = 20\sqrt{3}$$

या $$HB = 20\sqrt{3} - 20 = 20(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर}$$

अतः **मीनार की ऊँचाई (HB) = 20 ($\sqrt{3} - 1$) मीटर।**
उत्तर

प्रश्न 8. एक पेडस्टल के शिखर पर एक 1.6 मीटर ऊँची मूर्ति लगी है। भूमि के एक बिन्दु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिन्दु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
[2011, 13, 14, 16; NCERT EXERCISE]

हल : माना PQ एक x मीटर ऊँची पेडस्टल है जिसकी चोटी P पर एक मूर्ति PS लगी है। मूर्ति की ऊँचाई $PS = 1.6$ मीटर है। क्षैतिज भूमि पर स्थित एक बिन्दु R से मूर्ति के ऊपरी सिरे S का उन्नयन कोण $\angle QRS = 60°$ है तथा इसी बिन्दु R से पेडस्टल के शिखर P का उन्नयन कोण $\angle PRQ = 45°$ है।



$\because$ मूर्ति PS की लम्बाई 1.6 मीटर है।
तब, समकोण त्रिभुज RQS में,

$$\tan QRS = \frac{SQ}{RQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \quad \tan 60° = \frac{PS + PQ}{RQ} \quad [\because SQ = PS + PQ]$$

$$\therefore \quad \sqrt{3} = \frac{1.6 + x}{RQ} \qquad [\because PQ = x]$$

$$\therefore \quad x + 1.6 = RQ\sqrt{3}$$

$$\therefore \quad x = RQ\sqrt{3} - 1.6 \qquad \ldots(1)$$

पुनः समकोण त्रिभुज PQR में,

$$\tan PRQ = \frac{PQ}{RQ} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore \quad \tan 45° = \frac{x}{RQ}$$

$$\therefore \quad 1 = \frac{x}{RQ} \qquad [\because \tan 45° = 1]$$

$$\therefore \quad RQ = x \qquad \ldots(2)$$

समीकरण (2) से समीकरण (1) में $RQ = x$ प्रतिस्थापित करने पर,

$$x = x\sqrt{3} - 1.6$$

$$\therefore \quad x\sqrt{3} - x = 1.6$$

$$\therefore \quad x(\sqrt{3} - 1) = 1.6 \text{ मीटर}$$

$$x = \frac{1.6}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{(3 - 1)} = \frac{1.6}{2}(\sqrt{3} + 1)$$

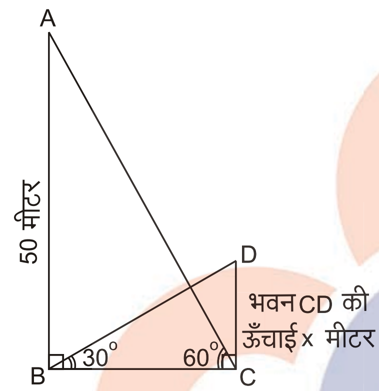
$$= 0.8(\sqrt{3} + 1)$$

अतः **मूर्ति की ऊँचाई = 0.8 ($\sqrt{3} + 1$) मीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 9. एक मीनार के पाद-बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मीटर ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

[NCERT EXERCISE]

हल : मान लिया AB एक मीनार है जिसकी ऊँचाई 50 मीटर है। मीनार के पाद-बिन्दु B से एक भवन CD की चोटी D का उन्नयन कोण 30° है जबकि भवन के आधार-बिन्दु C से मीनार की चोटी A का उन्नयन कोण 60° है। मीनार के आधार B से भवन के आधार C की दूरी BC है।



मान लिया भवन की ऊँचाई $CD = x$ मीटर है।

समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$$

$\therefore$ $$\tan 60° = \frac{50}{BC} \qquad [\because AB = 50 \text{ मीटर}]$$

या $$\sqrt{3} = \frac{50}{BC} \quad \text{या} \quad \sqrt{3}\,BC = 50$$

या $$BC = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

पुन: समकोण $\Delta\, BCD$ में,

$$\tan B = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{CD}{BC}$$

$\therefore$ $$\tan 30° = \frac{x}{\frac{50}{\sqrt{3}}} \qquad \left[\because BC = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}\right]$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\frac{50}{\sqrt{3}}}$$

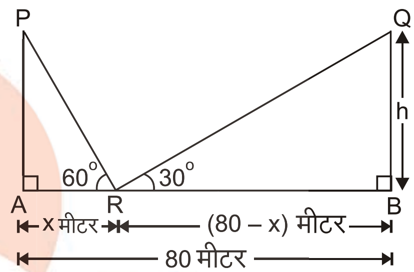
या $$x = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ मीटर}$$

अत: **भवन की ऊँचाई = $16\frac{2}{3}$ मीटर।** उत्तर

प्रश्न 10. एक 80 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान लम्बाई वाले दो खम्भे लगे हुए हैं। इन दोनों खम्भों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खम्भों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमश: 60° और 30° हैं। खम्भों की ऊँचाई और खम्भों से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.73$)

[NCERT EXERCISE]

हल : चित्र में, PA तथा QB समान ऊँचाई h मीटर के दो खम्भे हैं जो सड़क की चौड़ाई AB के सिरों क्रमश: A व B पर स्थित हैं। खम्भों की सीध में सड़क के किसी बिन्दु R से दोनों खम्भों के शिखर क्रमश: 60° व 30° के उन्नयन कोण बनाते हैं।



$\because$ सड़क की चौड़ाई $AB = 80$ मीटर तथा माना बिन्दु R की पहले खम्भे PA से दूरी $AR = x$ मीटर है।

$\therefore$ बिन्दु R की खम्भे QB से दूरी

$$BR = (80 - x) \text{ मीटर}$$

तब, समकोण त्रिभुज PAR में,

$$\tan 60° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{PA}{AR}$$

या $$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$[\because PA = BQ = h$ तथा $AR = x$ मीटर$]$

या $$h = \sqrt{3}\,x \qquad \ldots(1)$$

तथा समकोण त्रिभुज QBR में,

$$\tan 30° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{QB}{RB} = \frac{QB}{80 - x}$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{80 - x}$$

या $$h = \frac{80 - x}{\sqrt{3}} \qquad \ldots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\sqrt{3}\,x = \frac{80 - x}{\sqrt{3}} \quad \text{या} \quad 3x = 80 - x$$

या $$4x = 80 \text{ मीटर}$$

$\therefore$ $$x = 20 \text{ मीटर}$$

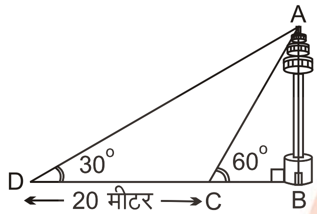
समीकरण (1) में $x = 20$ रखने पर,

$$h = \sqrt{3} \times 20 = 1.73 \times 20 = 34.60 \text{ मीटर}$$

अत: **खम्भे की ऊँचाई = 34.60 मीटर और पहले खम्भे से प्रेक्षण बिन्दु की दूरी = 20 मीटर** तथा **दूसरे खम्भे से प्रेक्षण बिन्दु की दूरी = 80 − 20 = 60 मीटर।** उत्तर

प्रश्न 11. निम्नांकित आकृति में, एक नहर के एक तट पर एक टीवी टॉवर ऊर्ध्वाधरतः खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक अन्य बिन्दु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। इसी तट पर इस बिन्दु से 20 मीटर दूर और इस बिन्दु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिन्दु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। टॉवर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

[2013; NCERT EXERCISE]



हल : माना BC चौड़ाई की एक नहर है जिसके एक तट B पर एक टीवी टॉवर AB खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक बिन्दु C से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण $\angle ACB = 60°$ है। इसी तट पर इस बिन्दु से 20 मीटर दूर तथा बिन्दु C और टॉवर के आधार B को मिलाने वाली रेखा की सीध में एक बिन्दु D है। बिन्दु D से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 30° है।

माना टॉवर AB की ऊँचाई h मीटर तथा नहर की चौड़ाई $BC = x$ मीटर है।

तब, समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\tan ACB = \frac{\angle ACB \text{ की सम्मुख भुजा}}{\angle ACB \text{ की आधार भुजा}}$$

या $$\tan 60° = \frac{AB}{BC}$$

या $$\sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}\,x \quad ...(1)$$

अब, समकोण त्रिभुज ABD में,

$$\tan ADB = \frac{\angle ADB \text{ की सम्मुख भुजा}}{\angle ADB \text{ की आधार भुजा}}$$

$\therefore$ $$\tan 30° = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{BC + CD} \quad \text{(चित्र से)}$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 20} \quad [\because CD = 20 \text{ मीटर}]$$

या $$\sqrt{3}\,h = x + 20$$

$\Rightarrow$ $$x = (\sqrt{3}\,h - 20) \quad ...(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$$x = (\sqrt{3}\,.\,\sqrt{3}\,x - 20) \quad [\because h = \sqrt{3}\,x]$$

$\therefore$ $$x = 3\,x - 20 \quad \text{या} \quad 3\,x - x = 20$$

$\Rightarrow$ $$x = 10 \text{ मीटर}$$

समीकरण (1) में $x = 10$ रखने पर,

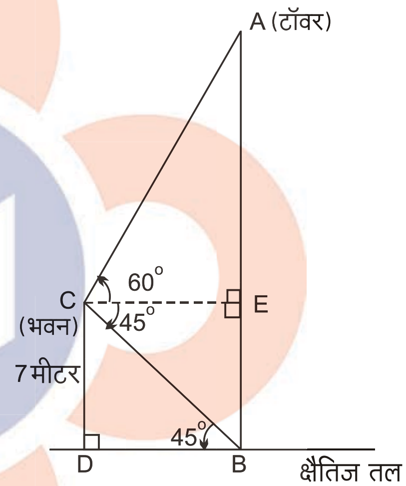
$$h = 10\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

अतः **टीवी टॉवर की ऊँचाई = $10\sqrt{3}$ मीटर** तथा **नहर की चौड़ाई = 10 मीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 12. 7 मीटर ऊँचे भवन के शिखर से एक केबिल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

[2018, NCERT EXERCISE]

हल : माना AB एक केबल टॉवर है और उसी धरातल में एक भवन CD है जिसकी ऊँचाई 7 मीटर है। भवन के शिखर C से क्षैतिज धरातल के समान्तर एक रेखा CE है। भवन के शिखर C से केबल टॉवर के शिखर A का उन्नयन कोण $\angle ACE = 60°$ है और केबल टॉवर के पाद B का अवनमन कोण $\angle ECB = \angle CBD = 45°$ (एकान्तर कोण) है।



$\because$ $DB \| CE$ और $\angle DCE = 90°$

तथा $\angle EBD = 90°$

$\Rightarrow$ $CD \| EB$

$\therefore$ चतुर्भुज $CDBE$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

$\therefore$ $EB = CD$

$\Rightarrow$ $EB = 7$ मीटर

अब, समकोण त्रिभुज BEC में,

$$\tan 45° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{EB}{CE}$$

या $$1 = \frac{7}{CE}$$

$$[\because EB = 7 \text{ मीटर तथा } \tan 45° = 1]$$

या $$CE = 7 \text{ मीटर}$$

पुनः समकोण त्रिभुज AEC में,

$$\tan 60° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{AE}{CE}$$

या $\sqrt{3} = \frac{AE}{7}$

[$\because$ $\tan 60° = \sqrt{3}$ तथा $CE = 7$ मीटर]

या $AE = 7\sqrt{3}$ मीटर

तब, केबल टॉवर AB की ऊँचाई $= AE + EB$

$= 7\sqrt{3} + 7$

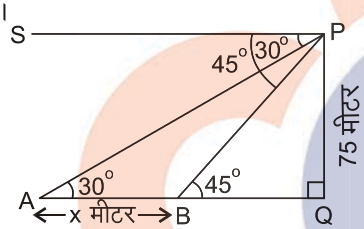
$= 7(\sqrt{3} + 1)$ मीटर

अत: **केबल टॉवर की ऊँचाई $= 7(\sqrt{3} + 1)$ मीटर।**

उत्तर

प्रश्न 13. समुद्र-तल से 75 मीटर ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [2019; NCERT EXERCISE]

हल : माना 75 मीटर ऊँचे एक प्रकाश स्तम्भ PQ के शिखर P से, A और B जहाजों के अवनमन कोण क्रमश: 30° और 45° हैं।



$\therefore$ $\angle SPA = 30° = \angle PAQ$

तथा $\angle SPB = 45° = \angle PBQ$ (एकान्तर कोण)

माना जहाजों के बीच की दूरी $AB = x$ मीटर

समकोण ΔPQB में,

$$\tan 45° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{PQ}{BQ}$$

या $1 = \frac{75}{BQ}$ [$\because$ $PQ = 75$ मीटर]

या $BQ = 75$ मीटर

पुन: समकोण ΔPQA में,

$$\tan 30° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$= \frac{PQ}{AQ} = \frac{PQ}{AB + BQ}$$ (चित्र से)

या $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{x + 75}$ [$\because$ $BQ = 75$ मीटर]

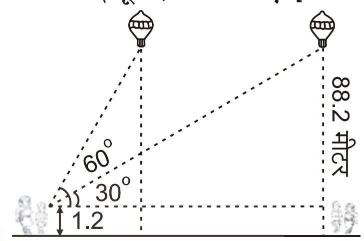
या $x + 75 = 75\sqrt{3}$

या $x = 75\sqrt{3} - 75 = 75(\sqrt{3} - 1)$

अत: **जहाजों के बीच की दूरी $= 75(\sqrt{3} - 1)$ मीटर।**

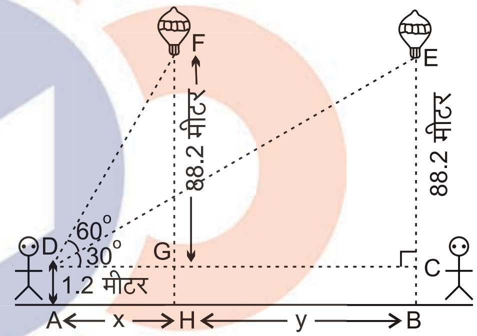
उत्तर

प्रश्न 14. दी गई आकृति में, 1.2 मीटर लम्बी एक लड़की भूमि से 88.2 मीटर की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी भी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण 60° है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर 30° हो जाता है। इस अन्तराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए। [NCERT EXERCISE]



हल : माना $AD = 1.2$ मीटर लम्बी एक लड़की क्षैतिज रेखा AB पर खड़ी है।

माना $FH = EB = 88.2$ मीटर रेखा AB से गुब्बारे की ऊँचाई है। लड़की की आँख पर उन्नयन कोण $\angle FDC = 60°$ तथा $\angle EDC = 30°$ है।



अब, $FG = EC = 88.2 - 1.2 = 87$ मीटर

माना गुब्बारे द्वारा तय की गयी दूरी $HB = y$ मीटर

तथा $AH = x$ मीटर

$\therefore$ $DG = x$ मीटर तथा $GC = y$ मीटर

अब, समकोण ΔFGD में,

$$\tan 60° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{FG}{DG}$$

$\Rightarrow$ $\sqrt{3} = \frac{87}{x}$ $\Rightarrow$ $x = \frac{87}{\sqrt{3}}$ ...(1)

समकोण ΔECD में,

$$\tan 30° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{EC}{DC}$$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{EC}{DG + GC}$ (चित्र से)

$\Rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{87}{x + y}$

$\Rightarrow$ $x + y = 87\sqrt{3}$ ...(2)

समीकरण (1) से x का मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$\frac{87}{\sqrt{3}} + y = 87\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad y = 87\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= 87\left(\frac{3-1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{87 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{87 \times 2\sqrt{3}}{3}$$

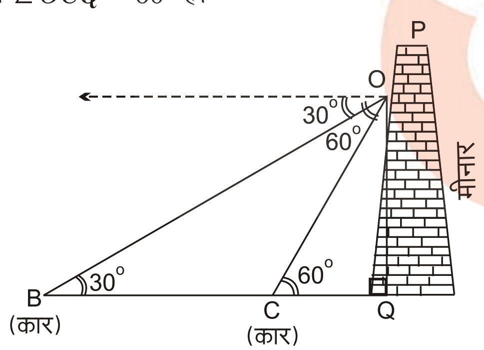
$$= 29 \times 2\sqrt{3} = 58\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

अत: **गुब्बारे द्वारा तय की गई अभीष्ट दूरी $58\sqrt{3}$ मीटर है।** **उत्तर**

प्रश्न 15. एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को 30° के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एकसमान चाल से जाता है। छह सेकण्ड बाद कार का अवनमन कोण 60° हो गया। इस बिन्दु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

[2014; NCERT EXERCISE]

हल : माना BCQ एक सीधा राजमार्ग है जिसके किसी बिन्दु Q पर खड़ी किसी मीनार की ऊँचाई OQ है। एक प्रेक्षक मीनार के शिखर बिन्दु O पर बैठा देखता है कि एक कार B का अवनमन कोण 30° है जिससे $\angle OBQ = 30°$ है। प्रेक्षक 6 सेकण्ड बाद देखता है कि कार का अवनमन कोण 60° है जिससे $\angle OCQ = 60°$ है।



तब, $BC = 6$ सेकण्ड में कार द्वारा चली दूरी।

समकोण त्रिभुज OQB में,

$$\tan OBQ = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{OQ}{BQ}$$

$$\therefore \quad \tan 30° = \frac{OQ}{BQ}$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{OQ}{BQ}$$

$$\Rightarrow \quad BQ = \sqrt{3}\, OQ \quad \ldots(1)$$

समकोण त्रिभुज OQC में,

$$\tan 60° = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{OQ}{CQ}$$

या $$\sqrt{3} = \frac{OQ}{CQ}$$

$$\Rightarrow \quad CQ = \frac{1}{\sqrt{3}}\, OQ \quad \ldots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\frac{BQ}{CQ} = \frac{\sqrt{3}\, OQ}{(1/\sqrt{3})\, OQ} = 3$$

$$\Rightarrow \quad BQ = 3\, CQ$$

परन्तु $$BQ = BC + CQ$$

$$\Rightarrow \quad 3\, CQ = BC + CQ$$

या $$2\, CQ = BC$$

$$\Rightarrow \quad CQ = \frac{1}{2} BC$$

$\Rightarrow$ CQ दूरी चलने में लगने वाला समय

$$= \frac{1}{2} \times BC \text{ दूरी चलने में लगा समय}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \text{ सेकण्ड} = 3 \text{ सेकण्ड}$$

अत: **कार को मीनार के पाद तक पहुँचने में लगने वाला समय = 3 सेकण्ड।** **उत्तर**